جامعة بيرزيت
BIRZEIT UNIVERSITY

كلية الدّراسات العليا

مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء معايير (NCTM) ونموذج ليش (Lesh)

The extent to which geometry content in Palestinian Mathematics Textbooks, and British CambridgeTextbooks Satisfy Representations as suggested by NCTM and the Lesh Model

رسالة ماجستير مُقدّمة من الطّالبة:

أَنسام عبد الرحمن عبّاد

إشراف الدكتورة:

رفاء الرّمحي

2021

مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء معايير(NCTM) ونموذج ليش (Lesh)

The extent to which geometry content in Palestinian Mathematics Textbooks, and British CambridgeTextbooks Satisfy Representations as suggested by NCTM and the Lesh Model

رسالة ماجستير مُقدّمة من الطّالبة:

أَنسام عبد الرحمن عبّاد

إشراف:

د. رفاء الرّمحي – رئيساً

د. فطين مسعد – عضواً

د. موسى الخالدي – عضواً

قُدّمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير في تعليم الرّياضيات من برنامج الدّراسات العليا جامعة بيرزيت، فلسطين

كانون ثاني – 2021

مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء معايير (NCTM) ونموذج ليش (Lesh)

The extent to which geometry content in Palestinian Mathematics Textbooks, and British Cambridge Textbooks Satisfy Representations as suggested by NCTM and the Lesh Model

رسالة ماجستير مُقدّمة من الطّالبة: أنسام عبد الرحمن عبّاد

إشراف:	التوقيع:
د. رفاء الرّمحي – رئيساً	
د. فطين مسعد – عضواً	
د. موسى الخالدي – عضواً	

كانون ثاني – ٢٠٢١

الإهداء

إلى الحاضر فينا رغم الغياب... وطني الأوّل وحبيبي الأوّل... أبي رحمك الله

إلى من كلّلتني بدعائها وأنارت دربي بمحبتها... جنّتي على الأرض... أُمي أطال الله بقاءك

إلى طيفي المرافق لذاتي... ربيع قلبي الدّائم... زوجي وأولادي

إلى من تعلّمتُ منهما الكثير... شقيقيّ الرّوح... فادي وأحمد

إلى من يبثّان في روحي الحياة... صديقيّ الأبديين...

إيناس ومحمد

عسى أنْ نجتمع قريباً وقد زال السّجنُ والسّجان

إليكم جميعاً أُهدي ثمرة جهدي

أنسام عبّاد

الشّكر والتقدير

ومما يجب على المرء بعد شكر الله وحمده، أن يعترف بالفضل لذويه...

فلك مني كلّ الشّكر والثّناء دكتورة رفاء الرّمحي على معاملتك الطّيبة وإيجابيتك الدّائمة ولكل ما بذلته من متابعة وإرشاد، والشّكر موصول للأب الحاني الدّكتور فطين مسعد لكل ما أسديته لي من نصح وتوجيه، لقد كان شرفاً لي أن أنهل لو الشّيء اليسير من علمك العظيم. وللدكتور موسى الخالدي لتفضلك بقبول مناقشة هذه الدّراسة ولملاحظاتك القيّمة وكلماتك المشجّعة.

وكلّ الشّكر إلى جميع من أعانني بجهده، أو بوقته، أو بتشجيعه، منذ بدأت مشوار الماجستير، فللأخت لوسي جادالله ولزميلاتي وزملائي في عائلة راهبات الوردية، وللأساتذة الأفاضل والزملاء الأعزاء في جامعة بيرزيت، وللسادة محكمي أدوات الدّراسة، لكم جميعاً كلّ المحبة والشّكر والتّقدير.

ولا يفوتني في مثل هذا المقام أن أوجه شكري وامتناني لكلّ من أولاني نصيباً من رعايته، أو رفع يديه إلى عنان السّماء داعياً لي، لعائلتي وصديقاتي جميعاً، وأخص بالذكر، دائرة الدّعم الدائم إيناس ولين وحلا وريم، وسيدة العطاء اللامحدود أمّي، وزوجي وأبنائي نزيه ومعتز وباسل وليث، الذين تحملوا غيابي حيناً وانشغالي أحياناً.

جزاكم الله جميعاً كلّ الخير

فهرس المحتويات

الرقم	الموضوع	الصفحة
	قرار لجنة المناقشة	ب
	الإهداء	ت
	الشكر والتقدير	ث
	فهرس المحتويات	ذ
	فهرس الجداول	ر
	فهرس الأشكال	ش
	فهرس الملاحق	ص
	الملخص باللغة العربية	ض
	الملخص باللغة الانجليزية	ط
	الفصل الأول: الإطار العام للدراسة	
1:1	المقدمة	1
2:1	مشكلة الدّراسة	4
3:1	أهداف الدّراسة وأسئلتها	6
4:1	مبررات الدّراسة	8
5:1	أهمية الدّراسة	10
6:1	حدود الدّراسة ومحدداتها	11
7:1	مصطلحات الدّراسة	12
	الفصل الثاني: الإطار النظري والدّراسات السابقة	
1:2	الإطار النظري	15
1:1:2	المحور الأول: المعايير والرّياضيات المدرسية	16
	معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات(NCTM)	18
	معايير المحتوى	20
	معايير العمليات	22
	التّمثيل الرياضي حسب ما ورد في وثيقة (NCTM, 2000)	24
2:1:2	المحور الثاني: التمثيلات الرياضية والتمثيلات الرياضية المتعددة ونموذج ليش	26

الرقم	الموضوع	الصفحة
2:2	الدراسات السابقة	32
1:2:2	الدّراسات المتعلقة بتحليل وتقويم كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM) الخاصة بالمحتوى الرياضي.	32
2:2:2	الدّراسات المتعلقة بتحليل وتقويم كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM) الخاصة بالعمليات الرّياضية.	38
3:2:2	الدّراسات المتعلقة بمقارنة كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير عالمية.	42
4:2:2	الدّراسات المتعلقة بالتّمثيلات الرّياضية المتعددة ونموذج ليش.	49
5:2:2	تعقيب عام على الدراسات السابقة	56
	الفصل الثالث: منهجية الدّراسة وإجراءاتها	
1:3	منهجية الدراسة	58
2:3	سياق الدراسة	59
3:3	أدوات الدراسة	60
1:3:3	أداة تحليل المحتوى الخاصة بمعيار التمثيل الرّياضيّ (NCTM).	60
2:3:3	أداة التحليل الخاصة بنموذج ليش(Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها	61
4:3	صدق أدوات الدّراسة	63
5:3	ثبات الأدوات	64
1:5:3	ثبات أداة التحليل بحسب معيار (NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة	64
2:5:3	ثبات أداة التحليل بحسب نموذج (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها	66
6:3	إجراءات عملية التحليل	68
7:3	تحليل البيانات	71
1:7:3	تحليل البيانات لأداة التحليل الخاصة بمعيار (NCTM) للتمثيلات الرياضية	71
2:7:3	تحليل البيانات لأداة نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات والمراوحات بينها	72
8:3	ملخص إجراءات الدراسة	73

الرقم	الموضوع	الصفحة
	الفصل الرابع: نتائج الدّراسة	
1:4	نتائج الإجابة عن السؤال الأول: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6–8) لمعيار (NCTM) للتمثيل الرياضي؟	75
2:4	نتائج الإجابة عن السؤال الثاني: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية (كامبردج) للمرحلة من (6–8) لمعيار (NCTM) للتمثيل الرياضي؟	81
3:4	نتائج الإجابة عن السؤال الثالث: أين يكمن التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي ؟	87
4:4	نتائج الإجابة عن السؤال الرابع: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6–8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة؟	96
5:4	نتائج الإجابة عن السؤال الخامس: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية التابعة لكامبردج للمرحلة من (6–8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة؟	105
6:4	نتائج الإجابة عن السؤال السادس: أين يكمن التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة.	114
7:4	ملخص نتائج الدراسة	129

الرقم	الموضوع	الصفحة
	الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات	
1:5	مناقشة نتائج السؤال الأول حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6–8) للتمثيلات الرّياضية بحسب معايير (NCTM) للعمليات.	134
2:5	مناقشة نتائج السؤال الثاني حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) للتمثيلات بحسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.	139
3:5	مناقشة نتائج السؤال الثالث حول مدى التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكامبردج البريطانية في ضوء معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.	143
4:5	مناقشة نتائج السؤال الرابع حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6–8) للتمثيلات والمراوحات في ضوء نموذج ليش (Lesh).	147
5:5	مناقشة نتائج السؤال الخامس حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية(كامبردج) للمرحلة من(6– 8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh).	151
6:5	مناقشة نتائج السؤال السادس حول مدى التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها.	154
7:5	التوصيات	157
	قائمة المراجع	169
	الملاحق	175

فهرس الجداول

الرقم	الموضوع	الصفحة
جدول رقم (3-1)	جزء من نموذج تحليل أحد الدروس بحسب نموذج ليش	63
جدول رقم (3-2)	الثبات عبر الأفراد لأداة التحليل بحسب معيار (NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة	65
جدول رقم (3-3)	الثبات عبر الزمن لأداة التحليل بحسب معيار (NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة	65
جدول رقم (3-4)	الثبات عبر الأفراد لأداة التحليل بحسب نموذج (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها	66
جدول رقم (3-5)	الثبات عبر الزمن لأداة التحليل بحسب نموذج (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها	67
جدول رقم (4-1)	عدد فقرات المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية للصفوف (سادس، سابع، ثامن)	75
جدول رقم (4-2)	تحليل المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرّياضي	76
جدول رقم (4-3)	تحليل فقرات التقديم للمحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	77
جدول رقم (4-4)	تحليل فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية (6-8)حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	79
جدول رقم (4-5)	عدد الفقرات للمحتوى الهندسي في كتب كامبردج البريطانية للصفوف (سادس، سابع، ثامن)	81
جدول رقم (4-6)	تحليل المحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	82
جدول رقم (4-7)	تحليل فقرات التقديم للمحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	83
جدول رقم (4-8)	تحليل فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	85

الرقم	الموضوع	الصفحة
جدول رقم (4–9)	مقارنة المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) بحسب المعايير الرئيسية الثلاثة للتمثيل الرياضي كما وردت في (NCTM)	87
جدول رقم (4–10)	مقارنة إجمالية لفقرات التقديم وفقرات التطبيق في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) بحسب المعايير الرئيسية الثلاثة للتمثيل الرياضي كما وردت في (NCTM)	88
جدول رقم (4–11)	المؤشرات الفرعية المتشابهة بين فقرات التقديم للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.	91
جدول رقم (4–12)	المؤشرات الفرعية المختلفة بين فقرات التقديم للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	92
جدول رقم (4–13)	المؤشرات الفرعية المتشابهة بين فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من 6–8 حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	94
جدول رقم (4–14)	المؤشرات الفرعية المختلفة بين فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي	95
جدول رقم (4–15)	التمثيلات الرياضية في كتاب الصف السادس الفلسطيني بحسب نموذج ليش(Lesh)	97
جدول رقم (4–16)	المراوحة بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السادس الفلسطيني	98
جدول رقم (4–17)	التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب السابع الفلسطيني بحسب نموذج ليش(Lesh)	100
جدول رقم (4–18)	المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السابع الفلسطيني	101
جدول رقم (4–19)	التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب الثامن الفلسطيني بحسب نموذج ليش(Lesh)	103
جدول رقم (4–20)	المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب الصف الثامن الفلسطيني	104
جدول رقم (4–21)	التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السادس بحسب نموذج ليش	106
جدول رقم (4–22)	المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السادس	107

الرقم	الموضوع	الصفحة
جدول رقم (4–23)	التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السابع بحسب نموذج ليش	109
جدول رقم (4–24)	المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السابع	110
جدول رقم (4–25)	التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف الثامن بحسب نموذج ليش	112
جدول رقم (4–26)	المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف الثامن	113
جدول رقم (4–27)	مقارنة تضمين المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	115
جدول رقم (4–28)	أوجه التشابه بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من(6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh) في المحتوى الهندسي كاملاً	117
جدول رقم(4–29)	أوجه الاختلاف بين المحتوى الهندسي كاملاً في الكتب الفلسطينية وكامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	118
جدول رقم (4–30)	مقارنة التمثيلات الرياضية في فقرات التقديم بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) بحسب نموذج ليش(Lesh)	120
جدول رقم (4–31)	أوجه التشابه بين فقرات تقديم المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	121
جدول رقم (4–32)	أوجه الاختلاف بين فقرات تقديم المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	122

الرقم	الموضوع	الصفحة
جدول رقم (4–33)	مقارنة التمثيلات الرياضية في فقرات التطبيق بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) بحسب نموذج ليش(Lesh)	124
جدول رقم (4–34)	أوجه التشابه بين فقرات تطبيق المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	126
جدول رقم (4–35)	أوجه الاختلاف بين فقرات تطبيق المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	127

فهرس الأشكال

الرقم	الموضوع	الصفحة
الشكل (1-1)	مخطط نموذج ليش للتّمثيلات المتعددة والمراوحة بينها	30
الشكل (3-1)	توضيح مفهوم الإشارات في أداة تحليل نموذج ليش(Lesh)	62
الشكل (4-1)	مقارنة فقرات التقديم في المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية وكتب كامبرج البريطانية للمرحلة (6-8) بحسب المعايير الرئيسية للتمثيل الرياضي (NCTM)	90
الشكل (4-2)	مقارنة فقرات التطبيق في المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) بحسب المعايير الرئيسية للتمثيل الرياضي (NCTM)	90
الشكل (4-3)	مقارنة تضمين المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من(6-8) للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	116

فهرس الملاحق

الرقم	الموضوع	الصفحة
ملحق رقم (1)	موضوعات المحتوى الهندسي للمرحلة من (6–8) في كتب الرياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية.	176
ملحق رقم (2)	قائمة بأسماء السّادة المحكمين والسيدات المحكمات لأدوات الدّراسة.	181
ملحق رقم (3)	أداة تحليل المحتوى الخاصة بمعيار التمثيل الرّياضيّ (NCTM).	182
ملحق رقم (4)	الجداول الخاصة بتفريغ التحليل بحسب نموذج ليش(Lesh)	184
ملحق رقم (5)	نتائج تحليل المحتوى الهندسي الفلسطيني للمرحلة من (6–8) حسب معيار(NCTM) للتمثيل الرياضي على صورة تكرارات.	186
ملحق رقم (6)	نتائج تحليل المحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) حسب معيار(NCTM) للتمثيل الرياضي على صورة تكرارات.	188

ملّخص الدّراسة

هدفت هذه الدّراسة إلى مقارنة مدى تضمين المحتوى الهندسي في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) للتمثيلات الرّياضية في ضوء معايير العمليات الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي (NCTM) ونمودج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها. وقد تمّ استخدام منهجية تحليل المحتوى النوعي، وأُسلوب الدّراسات المقارنة، واعتماد أداتيّ تحليل مشتقتين من معيار(NCTM) للتمثيل الرّياضي ونموذج ليش، تكوّنت كل منهما من بطاقتين، إحداهما لتحليل فقرات تقديم المحتوى والثانية لفقرات تطبيقه. وبعد التحقق من صدقهما وثباتهما، تم رصد النتائج.

وقد أظهرت أنّ تضمين معيار(NCTM) للتمثيل الرياضي قد جاء متوسطاً بمعدل (0.37) في المحتوى الفلسطيني، مقابل (0.38) في البريطاني، مع تباينهما في تضمين المعايير الرئيسية الثلاثة المنبثقة من المعيار ومؤشراتها الفرعية، والتي تراوح معدلها في الكتب الفلسطينية ما بين (0.08– 0.53)، مقابل (0.08– 0.60) لنظيرتها البريطانية، وقد جاءت النتائج لصالح فقرات تقديم الكتب البريطانية في المعيار الثاني، ولصالح فقرات تطبيقها في كل من المعيارين الأول والثاني، بينما برز ضعف عامّ في المعيار الثالث الخاص بتمثيلات المواقف الحياتية ونمذجة الظواهر الفيزيائية والرّياضية والاجتماعية.

كما وأظهرت عدم انسجام كل من الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية مع ما اقترحه نموذج ليش (Lesh)، حيث ركز محتواها على تمثيلات ومراوحات دون الأُخرى، فظهر ارتفاع في التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال، وضعف في تمثيلات المواقف الحياتية، وضعف شديداً في تمثيلات النماذج والمجسمات. وضعف وانعدام في العديد من المراوحات بين التمثيلات. كما وخلصت إلى أنّ محتوى التطبيق في الكتب الفلسطينية قد جاء أضعف من محتوى التقديم بشكل عام. وأوصت القائمين على وضع المناهج الفلسطينية بإعادة النظر في العمليات المتضمنة في المحتوى الهندسي في ضوء هذه النتائج.

Abstract

This study aimed at comparing the extent to which the geometry content of both the Palestinian Mathematics Textbooks and the British Cambridge textbooks for grades (6-8) satisfy the standards of representations as proposed by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) and by the Lesh Model of Multiple Representations.

The study used the qualitative analysis approach and the comparative research method. It employed two standard analysis instruments based on the NCTM standards and the Lesh Model of representations. Each consisted of two tools; one was used to assess the part dealing with content presentation, whereas the second was used to assess the part dealing with applications. The reliability and validity of both instruments were established.

The results showed that degree to which the representations standard was satisfied is moderate: The mean scores for the Palestinian content and the British textbooks were 0.37 and 0.38 respectively. There were significant differences in terms of the achievement of the three key criteria emerging from the standard and its sub-indicators: In the second standard, the study results were in favor of the content presentation in the British textbooks, Palestinian content (0.08-0.53), and British books (0.08-0.60), Whereas the British books were in favor of the practice application in both the first and the second standards. However, the scores of the third standard of mathematical modeling and real-life representations were very low.

Moreover, the results showed that Palestinian books and British Cambridge books were not in line with the Lesh model because their content focused on

specific representations only. On the other hand, there were stronger verbal and symbolic representations, images and figures, weaker real-life representations, inefficient 3-D modeling, and weak to non-existent translation between many forms of multiple representations.

الفصل الأول: الإطار العام للدراسة

1:1 المقدمة

تعد المناهج التّعليمية حجر الأساس لإعداد الأجيال القادمة وتأهيلها لتكون قادرة على العمل المنتج للنهوض بالوطن في شتى المجالات، ومع تسارع وتيرة التّطور العلمي والتّكنولوجي، صار لزاماً على جميع الأُمم إعادة النّظر في مناهجها التّعليمية بصورة مستمرة لمواكبة ركب الحضارة، وحيث تعرّف المناهج بأنّها جميع الخبرات التّعليمية التي تتضمنها الكتب والنّشاطات الصّفية واللاصفية والتي يتم تعلّمها داخل المدرسة وخارجها بشكل مبرمج، أصبح من المهم الاعتناء بالكتب المدرسية عند كل عملية تطوير، على أمل أن تحقق الأهداف المنوطة بها وتواكب العصر (الشريف، 2013).

وقد أظهرت العديد من الدّراسات أنّ كتب الرّياضيات المدرسية تلعب دورًا رئيسياً في عملية تعلّم الطّلاب والمعلّمين على حدٍ سواء (Reyhani & Izadi, 2018). فقد أظهرت دراسة التوجهات الدّولية في الرّياضيات والعلوم (TIMSS) Trands in International Mathematics and Science Study في تقريرها لعام (2011) أنّ ما يقارب (77%) من المعلّمين يعتمدون على الكتاب المدرسي بصورة أساسية في تدريسهم. وقد انطلقت توصيات عالمية ومحلية تؤكد الحاجة إلى تحليل محتوى كتب الرّياضيات وتطويره، وذلك لما تتميز به من تأثير فعّال على مجريات ما يتم تدريسه في غرفة الصّف، إضافة لدورها في إعداد طلبة يتمتعون بمهارات تعدهم للحياة في القرن 21 (الخالدي وكشك، 2020). كما وأوصت الأبحاث باستخدام أسلوب الدّراسات المقارنة بين كتب الرّياضيات لبلدان مختلفة؛ باعتباره من الأساليب الحديثة في تقويمها (سليمان، 2012).

محلياً، اهتمت فلسطين في مجال تطوير المناهج والكتب المدرسية؛ حيث قامت وزارة التربية والتّعليم بتنفيذ عدة مشاريع للتطوير التربوي للمنهج الفلسطيني، والذي دخل أوّلها حيّز التنفيذ عام (2000)، وثانيها عام (2016) وهدفت إلى إعداد مناهج متناسبة مع الانفجار المعرفي وثورة التكنولوجيا والمعلومات، ومهارات القرن الواحد والعشرون، مستفيدة بذلك مما قدمته التغذية الرّاجعة من المناهج السّابقة التي استمرت لأكثر من خمسة عشر عاماً (أبو الروس، 2018). ولا تزال المناهج الجديدة ضمن الفترة التّجريبية إلى وقت إعداد هذه الدّراسة، حيث تظهر الحاجة الملحة إلى الاستمرار في التّطوير، حتى تعكس محتوياتها روح العصر ومتطلباته.

ولمّا كانت الرّياضيات – كما يعتبرها الكثيرون – أم العلوم، من الهندسة والعلوم الطّبيعية وحتى الاقتصاد والعلوم المالية، ونظراً لدورها الرائد في التّطور الحاصل في شتى المجالات، تزايد الاهتمام العالمي بتطوير كتب الرّياضيات المدرسية، بل وتنافست الدّول لبناء معايير متخصصة لها، سعياً منها للارتقاء بمستواها وتحسين محتواها وطرائق تدريسها، ومن بين أشهر تلك المعايير وأوسعها انتشارًا، جاءت معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات (NCTM) لتمثل رؤية شاملة وواضحة وموضوعية لما يجب أن يتعلمه الطّلاب في الرّياضيات من رياض الأطفال وحتى نهاية المرحلة الثانوية (Hamburg, 2009).

وقد أصدر المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات (NCTM) العديد من الوثائق المتعلقة بتعلّم الرّياضيات وتعليمها وتطويرها، وقد أشارت وثيقة (NCTM, 2000) إلى ستة مبادئ يجب توافرها بكتب الرّياضيات المدرسية، وخمسة معايير للعمليات الواجب تضمينها في المحتوى الذي فندته

بدورها ضمن خمسة معايير أساسية هي: الأعداد والعمليات عليها، وتحليل البيانات والاحتمالات، والجبر، والهندسة، والقياس.

وقد اتخذت معايير (NCTM) منحىً متكاملاً في تقييم المناهج، فلم تكتفِ بمراعاة ما يجب أن يكتسبه الطّالب من معرفة رياضية فيما يتصل بمفاهيم وتعميمات وفرضيات وقوانين محتوى معين، بل امتدت معاييرها لتهتم بطرائق اكتساب الطّالب لتلك المعرفة، فوضعت معاييراً للعمليات هي: الاتصال والتّمثيل والربط وحل المشكلات والبرهان، وهي عمليات ذهنية واجتماعية، لا بد من تنميتها لدى الطّلبة، انطلاقاً من أنّ الرّياضيات هي محتوى معرفي من ناحية وجملة من العمليات التي تعمل على إكساب الطّالب لهذا المحتوى وتطويره من الناحية الأُخرى (الدويري، القضاة، 2006).

وتظهر الهندسة في معايير المحتوى كونها من المكونات الهامة للمناهج، وذلك لارتباطها بالحياة، وقدرتها على تمثيل الكون، إضافة لارتباطها بالعلوم الأخرى (صبيح، 2004). ورغم مكانتها الكبيرة من الرّياضيات المحسوسة (الواقعية)، وأهمية المعرفة بها وإدراك عملياتها؛ إلاّ أننا لا نزال نلحظ تدني مستوى الطّلبة فيها، كما أشارت دراسة (TIMSS) الدّولية (عليات؛ الدويري، 2015).

وبرزت التّمثيلات الرّياضية من بين معايير (NCTM) للعمليات، وقد أظهرت العديد من الأدبيات في المجال التربوي دورها في التّحصيل (Hatice & Aydın, 2020)، وأشار جويدنج وشتننجولد (Goldin & Steingold, 2001) أنّها تسهم في رفع تحصيل الطّلبة وتشكيل مخططات معرفية مترابطة لديهم، وتعزيز فهمهم للمفاهيم والإجراءات الرّياضية وحل المشكلات، وفي تنظيم تفكيرهم وتمكينهم من تجسيد العلاقات المتضمنة في المواقف الرّياضية. ووجد الرواحي (2008) بأنّ التّمثيل خطوة هامة نحو حل المسائل الهندسية، وبأنّ النماذج الهندسية والتّمثيلات المتعددة تلعب دوراً

مفصلياً في تطوير قدرة الطّلبة على التّحليل والتفسير وتنمية الحس المكاني واكتشاف العلاقات الرّياضية.

وجاءت نتائج الدراسات لتكشف عن الدّور الإيجابي الذي تلعبه التمثيلات الرياضية المتعددة في ترسيخ وتعميق الأفكار والمفاهيم الرّياضية، ومراعاة الفروقات الفردية بين الطلبة، وتمكينهم من التعبير عن أفكارهم بأكثر من طريقة، الأمر الذي يزيد فهمهم ودافعيتهم وتحصيلهم (الجخلب، 2011). ويعد نموذج ليش (Lesh) من أبرز النماذج التي تدعو لاستخدام التمثيلات المتعددة والانتقال بينها في تعليم الرّياضيات، وقد كشفت نتائج الرواجبة والعبيدي(2011) وأبو الرب(2016) أنّ تطبيقه يكسب الطّلبة مهارات رياضية متعددة، ويرفع مستوى تحصيلهم.

2:1 مشكلة الدّراسة

في ثمينيات القرن الماضي، أصدر المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات (NCTM) وثيقته الأولى بعنوان "معايير المنهج والتقويم للرياضيات المدرسية" ، ومع مواصلة جهوده تم إصدار وثيقة أُخرى وهي (NCTM: 2000) والتي تنقسم إلى معايير خاصة بالمحتوى ومعايير خاصة بالعمليات، ومنذ ذلك الحين أصبح هنالك اهتماماً متزايداً بها من قبل التربويين والمختصين بالرّياضيات المدرسية، وقد حازت على سمعة عالمية كبيرة؛ لما توليه من أهمية لجميع فروع الرّياضيات، ولسعيها لخلق محتوى رياضي قائم على التفكير والتحليل والاكتشاف والإبداع، ولتركيزها على المهارات العقلية والمعرفية والتطبيقية، والتي تعمل بدورها على تحسين اتجاهات الطّلبة وتحصيلهم على حدٍ سواء (Reyhani & Izadi, 2018). بل ويرى البعض بأنّه مع إصدارها فإن عصر

الإصلاح قد بدأ، بل وأنّها أفضل وثيقة من حيث الأثر على الرّياضيات المدرسية (Jitendra, A & others, 2010).

فلسطيناً أشارت العديد من الدّراسات إلى انخفاض مستوى أداء الطّلبة في الرّياضيات (الحمامي، 2015)، كما وأشارت دراسة الرّمحي والشّويخ ومسعد (2016) أنّ فلسطين تعاني من مستوى متدنٍ للطلبة في موضوعات الهندسة بشكل خاص، وضعفاً كبيراً في موضوع التفكير الهندسي. ويعزو بعض الباحثين هذا الضّعف إلى الكتب المدرسية (أبو الروس، 2018؛ الشريف، 2013). ويعزوه آخرون إلى ضعف استخدام التّمثيلات الرّياضية المتعددة في التّعليم (الروايجة، العبيدي، 2011).

ومع تزايد الاهتمام بتحصيل الطلبة، وظهور المقارنات والاختبارات العالمية التي تصنف الدول في مجال تعليم الرّياضيات والعلوم، عملت الدول المتأخرة فى الترتيب العالمي على إعادة النظر فى مناهجها التعليمية، وكتبها المدرسية، وأساليبها التعليمية، فشهد العالم انتشاراً واسعاً لنهج الدراسات المقارنة في الميدان، سعياً لدراسة المناهج العالمية في ضوء تجارب الدّول ذات المستوى الرائد والتحصيل المرتفع، وإدارتها وتحليلها وتحديد طبيعتها وأساليب تقديمها للموضوعات ومحتواها إيجابياتها وسلبياتها وغير ذلك الكثير، وذلك بهدف تحديد أوجه الاستفادة منها في تطوير المناهج التعليمية القومية (الخيال، 2019)، وخصوصاً أنّ القضايا التعليمية لم تعد بمنأى عن التغييرات المتلاحقة التي تحرك المجتمع، وباعتبارها محكاً لتطوير الأمم ورقيها.

ولمّا كانت المرحلة الدّراسية من الصّف السّادس حتى الثامن هي مرحلة توسع وتمايز للمنهج الرياضي، وهي أساس للعديد من المواضيع الرّياضية الهامة، والتي تطرح في الصّفوف اللاحقة، وكونها مرحلة انتقالية من الحساب والعمليات الأساسية إلى الجبر والرموز، ومن الهندسة والقياس في

بعدين إلى التعامل مع المجسمات والأبعاد الثلاثية، ومع ظهور حاجة أكبر للربط والبرهان والتّمثيل وحل المشكلات وغيرها في محتواها؛ فهنالك حاجة إلى تقصي وحدة البناء الرياضي والتطبيقات الرّياضية فيها، والتي تظهر بقوة في معيار التّمثيل الرياضي الصادر عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات (أبو العجين، 2011).

وتأسيساً على ما سبق وانسجاماً مع جدوى دراسات المقارنة والتوصيات باستخدامها (سليمان، 2012). وفي ضوء أهمية موضوع الهندسة من جهة ومعايير (NCTM) للعمليات من جهة أخرى، وانطلاقاً من أهمية التّمثيل الرياضي في فهم المحتوى والعمليات الرّياضية المتنوعة، ونظراً لجدوى نموذج ليش (Lesh) في تعليم الرّياضيات وتعلّمها، فقد تحددت مشكلة الدّراسة باستقصاء مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية والمقارنة بينهما وذلك في ضوء كل من معيار (NCTM) للتّمثيلات الرياضية، ونموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها، وللمرحلة الأساسية من (6– 8).

3:1 أهداف الدّراسة وأسئلتها

تهدف الدّراسة إلى تقصي مدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكل من كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من(6–8) وكتب كامبردج البريطانية المناظرة وذلك في ضوء معايير (NCTM) للعمليات الرّياضية ونموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة، والمقارنه بينهما. وذلك من خلال الإجابة عن الأسئلة التّالية:

1) ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) لمعيار (NCTM) للتمثيل الرياضي؟

2) ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات (كامبردج) البريطانية للمرحلة من (6-8) لمعيار (NCTM) للتمثيل الرياضي؟

3) أين يكمن التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي ؟

4) ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة؟

5) ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية التابعة لكامبردج للمرحلة من (6-8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة؟

6) أين يكمن التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة.

4:1 مبررات الدّراسة:

لاحظت الباحثة من خلال عملها كمعلمة للرياضيات لأكثر من خمسة عشر عاماً، عدم الرضا عن نوعية الرّياضيات التي تقدمها المدارس، سواء كان من المتخصصين أو أولياء الأمور، كما ولاحظت من خلال مراجعتها للدراسات ذات العلاقة بأن النّتائج تشير إلى قصور مناهج الرّياضيات الفلسطينية في تحقيق الأهداف التي وضعت من أجلها، كما أشار سليمان (2012) أنّها لم تحقق المعايير العالمية التي ينبغي توافرها وخصوصاً في مجال الهندسة. ولمّا كانت معايير (NCTM) ذات سمعة عالمية واسعة في هذا المجال، ارتأت الباحثة ضرورة القيام بدراسة تهدف لمعرفة مدى تضمين هذه المعايير في الكتب الفلسطينية، وقد اختارت معايير العمليات لأنّها تؤكد على المهارات الواجب توافرها في المناهج الرّياضية، واختارت معيار التّمثيل الرياضي بصورة خاصة؛ لما له من أهمية بالغة في تمكين فهم الطّلبة بشكل عميق، ومساعدتهم على الاحتفاظ بأثر التّعلّم لمدة أطول، وزيادة تحصيلهم، كما أنّها تجعلهم يشعرون بفائدة ما يتعلمونه من الناحية العملية والحياتية (أبو هلال، 2012؛ الحشاش، 2004).

وقد ارتأت تعميق الدراسة والتحليل بحسب نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها، وخصوصاً مع إجماع العديد من الدراسات بأنّ تضمين كتب الرّياضيات المدرسية لتمثيلات متعددة للمفاهيم والأفكار الرّياضية مع المراوحة بينها بطرق ذات معنى، يعتبر محكاً يحدد ما إذا كانت تلك الكتب قادرة على بناء التفكير وتنميته، وإكساب الطّلبة مهارات وآليات حل المشكلات والنمذجة ونقل المعرفة إلى سياقات حياتية مختلفة (Sun & others, 2009).

وفي حين أنّ الكتاب المدرسي من العناصر الأساسية للمنهج، فمن الضروري تحليله وإدخال كل جديد ممكن للوصول به لأفضل صورة، ومع إصدار الكتب الفلسطينية الجديدة ودخولها حيز التنفيذ في العام (2018)، تعززت رؤية الباحثة لضرورة تقصى مدى تحقيقها لمعايير عالمية. وقد اختارت الباحثة كتب المرحلة الأساسية من (6–8) لأن الفئة العمرية فيه تشكل نقطة تحول مرحلية هامة بالنسبة للطلبة، وهم يحتاجون إلى مناهج تساعدهم في تحسين وتطوير مستواهم. كما اهتمت الباحثة بموضوع الهندسة كونه أساساً في تحسين طرائق تفكير الطّلبة، وتدريبهم على ربط الحقائق وتنمية قدرتهم على استنباط النّتائج، واكتساب أساليب التفكير الناقد والتأملي، كما أشارت الرّمحي (2016).

على صعيد آخر تشهد السّاحة التّربوية تزايد الاهتمام بالدّراسات المقارنة وتدويل التّعليم، وبرغم ذلك مازلنا نلحظ قلتها عربياً ومحلياً(الخيال، 2019). ونظراً لما تؤكده الأدبيات من أهمية بالغة لهذه النوعية من الدراسات ودورها الجوهري في تطوير الكتب المدرسية(Hodgen, 2010)، فقد تبلورت فكرة المقارنة، ومما شجع على اختيار كتب كامبردج البريطانية، أنّ الباحثة تعمل في مدرسة تطبق كلا النظامين، وقد لاحظت فرقاً في أداء الطالبات اللواتي يدرسنها، قد يعود سببه لطبيعة تلك الكتب وطريقة عرضها وتقديمها للموضوعات. كما أنّ بريطانيا دولة متقدمة في مجالات مختلفة، ومتفوقة في الاختبارات والتقييمات الدولية، حيث أشار تقرير (IET) وهي الرابطة الدولية لتقييم التّعليم والإنجاز (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) إلى تقدمها الملحوظ وارتفاع في مستوى أدائها في الرّياضيات من عام 1995 وحتى العام (2011) في اختبارات TIMSS (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012). وقد أكدت نتائج دورة TIMSS للعام (2019) والتي نشرت مؤخراً ذلك، حيث واصلت تقدمها لتحصل

على المرتبة الثامنة عالمياً في تحصيل الرّياضيات لفئة المرحلة (4) من بين (64) دولة مشاركة (TIMSS, 2019). في حين كانت نتائج فلسطين متدنية جداً في آخر مشاركة لها، وأظهرت تدني مستوى طلبة فلسطين بشكل عام وبالهندسة والعمليات الرّياضية بشكل خاص (TIMSS, 2007).

وعليه ظهرت ضرورة استقصاء معايير العمليات الرّياضية في محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية استناداً لمعايير عالمية، ومقارنتها بدولة متقدمة مثل بريطانيا، على أمل أن تسهم المقارنة بأحد كتبها (كامبردج) نفعاً نحو تقويم الكتب الفلسطينية.

5:1 أهمية الدّراسة

تكمن أهمية الدّراسة كونها تتمتع بجانب الحداثة، فهي الأولى في فلسطين –حسب علم الباحثة– التي تهتم بمقارنة كتب الرّياضيات الفلسطينية بنظيرتها البريطانية، كخطوة باتجاه التطوير، وهي الأولى التي تحلل بمقاربة مزدوجة بين معيار التّمثيلات بحسب ما ورد في وثيقة (NCTM) وبين التمثيلات المتعددة والمراوحات بينها بحسب نموذج ليش (Lesh) ، كما تعتبر مهمة أيضاً، كونها:

1) تأتي في الفترة التّجريبية لتطبيق كتب الرّياضيات الجديدة، مما سيتيح مجالاً أوسع للاستفادة من نتائجها في توجيه القائمين على العمل التربوي ومطوري كتب الرّياضيات نحو أوجه قوتها ونقاط ضعفها؛ استناداً لمعايير عالمية ونموذج رياضي قوي وكتب دولة مميزة في المجال التربوي والأكاديمي.
2) تأتي كاستجابة للاتجاهات العالمية لتقويم المناهج المدرسية بهدف تطويرها، واستكمالاً لجهود باحثين فلسطينين سابقين في هذا المجال. وقد تفتح المجال أمام باحثين جدد لمقارنة

الكتب الفلسطسنية بنظيراتها لدول متقدمة ورائدة، أو لتحليل مزدوج لمحتوى رياضي، كما وقد تلبي احتياجات المكتبة العربية والفلسطينية في هذا المجال.

3) أنّها تبحث موضوعاً مهماً لرفع المستوى التربوي، ومفيداً لمعلمي الرّياضيات المدرسية، حيث يلقي الضوء على جوانب القوة والضعف في الكتب المدرسية، ومهماً للباحثة نفسها كونها معلّمة رياضيات وباحثة في مجال تعليمه وتعلّمه.

6:1 حدود الدّراسة ومحدداتها:

1) حد الزمان: أُجريت الدّراسة في العام الدّراسي 2019/ 2020

2) حد المكان: أُجريت الدّراسة في فلسطين

3) حد الموضوع: اقتصرت الدّراسة على:

- محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات بجزأيها الأول والثاني، للصفوف السادس، والسابع، والثامن، وفق المنهاج الفلسطيني للعام الدراسي 2020/2019. دون التطرق لدليل المعلم أو أيّة منشورات أُخرى.
- محتوى الهندسة في كتب كامبردج البريطانية الصادرة عن مطبعة جامعة اكسفورد 2014 والمستخدمة في بعض المدارس الفلسطينية الخاصة في العام الدراسي 2019–2020 وذلك للصفوف السّادس، والسّابع، والثّامن.
- تحليل المحتوى السابق في ضوء معايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM: 2000) والخاصة بمعيار التمثيل الرياضي فقط.

- تحليل المحتوى السّابق في ضوء نموذج ليش (Lesh) في ضوء عناصر التمثيل الخمسة(الرمزي، واللفظي، والصور والأشكال، والنماذج والمجسمات) والمراوحات فيما بينها.

4) حد الأداة:

- أداة تحليل المحتوى في ضوء معيار التمثيل كما ورد في وثيقة (NCTM:200)، ببطاقتين أحدهما لتحليل فقرات تقديم المحتوى والثانية لتحليل فقرات التطبيق
- أداة تحليل المحتوى في ضوء نموذج ليش (Lesh). ببطاقتين أحدهما لتحليل فقرات تقديم المحتوى والثانية لتحليل فقرات التطبيق

7:1 مصطلحات الدّراسة:

كتب الرّياضيات الفلسطينية: كتب الرّياضيات الصّادرة عن وزارة التّربية والتّعليم الفلسطينية، والتي أُقرّت للطلبة من الصف الأول وحتى الصف الثاني عشر في العام 2016. وتعرّف إجرائياً بأنها كتب الرّياضيات الرسمية بجزأيها الأول والثاني وبطبعتها الثانية 2019/ 2020، والمعتمدة في المدراس الحكومية الفلسطينية، والمدارس التابعة لوكالة الغوث، وعدد من المدارس الخاصة، وعدد من المدارس التابعة للمعارف الإسرائيلية في فلسطين.

كتب كامبردج البريطانية: الكتب الصادرة عن مطبعة جامعة اكسفورد (OXFORD UNIVERSITY PRESS)، وهي قسم من الجامعة يعزز هدف التميّز في البحث والتّعليم من خلال النشر في جميع أنحاء العالم، ومنها كتب الرّياضيات الصادرة لثانوية كامبردج (oxford

excellence for cambridge secondary 1)، والتي نشرت لأول مرة عام (2014)، وإجرائيا اعتمدت الدراسة على المحتوى الهندسي المتضمن في كتب كامبردج التالية:

- Essential Mathematics stage 7 for Cambridge Secondary 1
- Essential Mathematics stage 8 for Cambridge Secondary 1
- Essential Mathematics stage 9 for Cambridge Secondary 1

التّمثيلات الرّياضية: تعرّف اصطلاحاً بأنها استخدام شئ للتعبير عن شئ آخر، فهي أفكار في عقل المتعلم، يقوم بإبلاغها من خلال التّمثيلات المكتوبة، أو المصورة، أو من خلال الجداول، أو بصورة شفهية (Kastberg, 2002). وتعّرف إجرائياً بأنها جميع ما يستخدم لتقديم عناصر المحتوى الرياضي وتطبيقها، من الصّور والأشكال والرسوم، والتعبيرات اللفظية والرموز المكتوبة والمخططات والجداول، والمحسوسات واليدويات من نماذج ومجسمات.

التمثيلات الرّياضية المتعددة: تعرف اصطلاحاً بأنّها "تجسيدات رياضية للمفاهيم والأفكار الرياضية، لتعطي نفس المعلومات بأكثر من شكل"(Asli, 2001). وقد تم اعتماده كتعريف إجرائي.

معايير NCTM: هي المعايير الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات "National Council of Teacher of Mathematics" وتقسم إلى معايير المحتوى ومعايير العمليات، والتي تصف كياناً مترابطاً بالمفاهيم والمهارات الرّياضية، وتصنع معاً إطاراً للرّياضيات التي ينبغي أن يحصل عليها الطلبة من مرحلة رياض الأطفال وحتى الصف الثاني عشر(NCTM, 2000). إجرائياً هي مجموعة من الشروط والأهداف والمواصفات التي أصدرها المجلس القومي

الأمريكي لمعلمي الرّياضيات عام 2000، والمتعلقة بمعيار التمثيل الرّياضي، والذي يعد بمثابة أوصاف لطرق وأساليب تمثيل المعرفة والأفكار الرّياضية المتضمنة في محتوى الهندسة لكتب الرّياضيات المعتمدة في سياق هذه الدّراسة.

نموذج ليش(Lesh): هو النّموذج الذي وضعه ليش وبوست وبيهر (Lesh, post & behr, 1987) للتمثيلات الرياضية الخارجية، والتي تساهم بدورها في تشكيل البنى المعرفية الداخلية حول المفاهيم الرياضية لدى المتعلم، وتنقسم الى خمسة تمثيلات، وهي: التمثيل اللفظي، والرموز المكتوبة، والصور والأشكال، والنماذج أو المجسمات، والمواقف الحياتية. ويستند النموذج إلى الانتقال من كل تمثيل إلى آخر. ويعرّف إجرائياً بأنه تمثيل المفاهيم والأفكار الرياضية من خلال استخدام خمسة أشكال مختلفة للتمثيل الرياضي والمراوحة فيما بينها، ويقصد بالمراوحة بأنها الانتقال من تمثيل إلى آخر من بين التمثيلات المتنوعة ، كالانتقال من التمثيل بالرموز إلى التمثيل بالأشكال لنفس النشاط أو المفهوم الرياضي.

الفصل الثاني: الإطار النظري والدّراسات السّابقة

تهدف الدّراسة إلى تقصي مدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكل من كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6–8) وكتب كامبردج البريطانية المناظرة وذلك في ضوء معايير (NCTM) للعمليات الرّياضية ونموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة، سعياً للوقوف على أوجه التشابه والاختلاف بينهما. ويتناول هذا الفصل الإطار النظري والدراسات السابقة التي تم الاستناد إليها في هذه الدراسة.

تم تناول الإطار النظري بمحورين، الأول حول المعايير والرياضيات المدرسية، معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات (NCTM) لكل من المحتوى والعمليات، ومعيار التمثيل الرياضي بصورة خاصة. أما المحور الثاني فيتناول التمثيلات الرياضية والتمثيلات المتعددة، ونموذج ليش (Lesh) كإطار نظري وتحليلي.

وقد تمت مراجعة الدراسات السابقة في أربعة محاور رئيسة ذات علاقة مباشرة بالهدف وهي: الدّراسات المتعلقة بتحليل وتقويم كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM) الخاصة بالمحتوى الرّياضي من جهة، وتلك الخاصة بالعمليات الرّياضية من جهة أُخرى، إضافة للدّراسات المتعلقة بمقارنة كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير عالمية، والدّراسات المتعلقة بالتّمثيلات الرّياضية المتعددة ونموذج ليش (Lesh). يليها تعقيباً عاماً على الدراسات السابقة مجتمعة.

1:2 الإطار النظري

1:1:2 المحور الأول: المعايير والرّياضيات المدرسية

يعرّف المعيار لغوياً بأنّه ما اتخذ أساساً للمقارنة، أو أنّه نموذج متصوّر لما ينبغي أن يكون عليه الشيء، أمّا في المجالات التربوية فقد تعددت التعريفات الخاصة بالمعايير، والتي تمحورت في معظمها حول أنّه: الكفايات المطلوب تحقيقها لغرض معين، والتي تحدد مخرجات التّعليم والتّعلّم المرغوبة، وتعد مقياساً لتقويمها، متمثلة فيما ينبغي أن يقوم به المتعلم من أداء، وما يصل إليه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات في نهاية مرحلة دراسية معينة ، حيث تعمل المعايير بمثابة قاعدة للمحاسبية لجميع عناصر العملية التّربوية، لقدرتها على بناء تقويم على درجة عالية من الثّبات، ولمساعدتها في ملاحظة ومتابعة تطوّر ما وضعت من أجله (فضل الله، 2005 ؛محمود، 2008).

وتلعب المعايير دورا كبيرا في تقويم المناهج الدّراسية وتطويرها، إذ تحدّد المحكات وتصف الضّوابط الّتي ينبغي أن يتّصف بها كلّ عنصر من عناصره ، سعياً منها للتركيز على مواطن القوة وتلافي القصور ومعالجة الضّعف فيها من ناحية، ولتكون بمنأى عن العشوائية والاجتهاد أو الرؤية الشخصيّة لمطوريها من ناحية أُخرى (طنطاوي، 2005).

ويذكر العاصي (2018) بأنّ أهمية المعايير تكمن في كونها تعمل على إظهار تميّز كل طالب من الطلبة، وتشكل أساساً للمساواة بينهم، حيث تؤكد على مخرجات أداء واضحة، وتمنع حدوث فجوة بين مستويات تعلّمهم. بل وتعمل على رفع جودة التّعلّم والتّعليم لأعلى مستوى؛ كونها تصف بوضوح الإجراءات اللازمة من أجل إصلاح كافة عناصره.

أما في مجال الرّياضيات المدرسية على وجه الخصوص، فقد شهد العقد الأخير من القرن الماضي إجراء مقارنات بين مستويات تحصيل الطّلبة عالمياً، فلم يعد كافياً التعرف علي أداءهم وتحصيلهم على مستوى محلي فقط، فقد ظهرت اختبارات دولية مثل (TIMMS)، وبرنامج التقييم الدولي للطالب (PISA) وقد أدت نتائجها إلى دفع الدول لإعادة النظر في سياساتها التّعليمية والأخذ بأساليب جديدة في عمليات الإصلاح التربوي، وقد مثلت المعايير الرياضية أحد تلك الأساليب بل وأبرزها، انطلاقاً من كونها محصلة للكثير من الأبعاد السيكولوجية والاجتماعية والتربوية والرّياضية، والتي يمكن من خلال تطبيقها معرفة الصّورة الحقيقية للموضوع المُراد تقويمه، والوصول إلى أحكام واضحه حوله (أبو العجين، 2011).

وقد حظيت المعايير الرّياضية باهتمام واسع، لما أظهرته من دورٍ واضح في تحسين أداء الطّلبة وتحصيلهم واكتسابهم للمفاهيم والمهارات من جهة، ولكونها أداة لتوجيه معلميهم من جهة أُخرى؛ كونها بالأساس تمثل الحقائق والمفاهيم والقواعد والعلاقات الرّياضية وغيرها من جوانب التّعلّم التي لا بدّ من تزويد الطّلبة بها في كل مرحلة من مراحل تعلّمهم (Sun & others, 2009).

ويرى أوكيفي (Okeeffe, 2013) وهامبرج (Hamburg, 2009) وغيرهما من الباحثين في الميدان، بأنّ جهود المجلس المجلس القومي الأمريكي (NCTM) في وضع المعايير الرّياضية، تعدّ من أبز وأهم مظاهر إصلاح الرّياضيات وتطويرها. وقد اعتمدتها الدراسة الحالية في تحليلها لكتب الرّياضيات الفلسطينية والبريطانية على حد سواء.

معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات(NCTM):

يعد المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات (NCTM) أحد أكبر المؤسسات التي تُعنى بالبحث التربوي في مجال الرّياضيات المدرسية، ويتناول عمله كل ما يهدف إلى تطويرها، ويتعاون في سبيل إنجاز ذلك مع العديد من المؤسسات التربوية في الولايات المتحدة وكندا، ويعقد المجلس لقاء سنوياً لمناقشة المستجدات في المجال، بالإضافة إلى عدد من المؤتمرات لمناقشة كل ما يتعلق بعمليات الإصلاح والتجديد في الرّياضيات المدرسية.

وقد أصدر المجلس منذ تأسيسه عدداً من الوثائق والتقارير إلى جانب عدد من المجلات التي تعني بالبحث التربوي، وبمعايير الرّياضيات المدرسية، والتي كان بدايتها مع إصدار وثيقته (1989) حتى الوصول إلى وثيقة المبادئ والمعايير (NCTM: 2000)، والتي تدعو إلى وجود أساس عام في الرّياضيات يتعلمه جميع الطّلاب، مع إدراك أنّه رغم وجود تباين بينهم في القدرات والحاجات المختلفة، وتمايز في اهتماماتهم الرّياضية، فإنّه يجب أن تتاح لهم جميعاً الفرصة في تلقي تعليم على مستوى عالٍ، لأنّه من حقهم جميعاً تذوق قوة وجمال الرّياضيات، ولا يتسنى ذلك إلاّ من خلال محتوى رياضي متقن تقدمه المناهج والكتب المدرسية (أبو هلال، 2012؛ الشريف، 2013).

وتحددت مبادئ ومعايير الرّياضيات المدرسية التي نشرتها NCTM في عام (2000) بالمكونات الأساسية لبرنامج رياضي مدرسي عالي الجودة، يقدم الأساس المشترك لما يجب تعلمه من قبل جميع الطّلاب على اختلاف مستوياتهم. ويؤكد على الحاجة إلى معلمين وإداريين مهيئين، ويقر بأهمية نظام للتقييم، كما يؤكد على ضرورة مساهمة جميع الشركاء – الطّلاب والمعلّمين والإداريين وقادة المجتمع وأولياء الأمور – في إنجاح هذا البرنامج، وتحتوي الوثيقة على مراجع لأبحاث حول

ما يتوجب على الطّلبة التعرف عليه في مجالات محتوى معينة، مع توضيح مستوياته، والظروف التربوية المرتبطة به. كما يعكس كل من المحتوى والعمليات الضرورية في تعليم الرّياضيات المدرسية، إضاقة للقيم والتوقعات التي يحملها المعلمون وعلماء الرّياضيات والعّامة. وقد اشتملت الوثيقة أيضاً على مجموعة شاملة ومتماسكة من المبادئ والمعايير، والتي تعتبر بمثابة خطوط عريضة للمكونات الأساسية للرياضيات المدرسية، وهدفها بناء مناهج وكتب تتناسب مع الجودة العالمية والمواصفات التربوية والرّياضية المطلوبة لتمكين الطّلبة من مواكبة التطورات المتلاحقة والمتسارعة لهذا العصر (NCTM, 2000). وفيما يلي عرضاً ملخصاً لمبادئ ومعايير الوثيقة:

أولاً: مبادئ الرّياضيات المدرسية (principles For School Mathematics): وهي عبارات تعكس القواعد الأساسية والتي تُعد ضرورية لتقديم رياضيات مدرسية ذات جودة عالية، وتضم مبدأ المسأواة، مبدأ المنهاج، مبدأ التّعليم، مبدأ التّعلّم، مبدأ التقويم، ومبدأ التقنية (NCTM, 2000).

ثانياً: معايير الرّياضيات المدرسية (Standards For School Mathematics): وهي ما ينبغي أن يعرفه ويؤديه الطّلبة نتيجة لتعلّم الرّياضيات، والأمور ذات الأهمية والتي تعكس حاجات المجتمع وتقسم حسب (NCTM) إلى معايير المحتوى، ومعايير العمليات. ويتفق هذا التقسيم مع النظرة الحديثة للرياضيات بوصفها محتوى معرفي من ناحية وجملة من العمليات التي تعمل على إكساب المتعلم لهذا المحتوى وتطويره من ناحية أخرى، وتشكل تلك المعايير كياناً موحداً من الفهم والكفاءات الرّياضية وأساساً شاملاً لجميع المتعلمين، فضلاً عن كونها تشكل قائمة لاتخاذ الخيارات الخاصة بالمنهاج (Nicholas, 2010).

معايير المحتوى(Content Standards):

وهي عبارة عن خمسة معايير رئيسية، يحتوي كل منها على عدة أهداف أساسية، تحدد المعرفة التي يجب على الطّلبة تعلّمها في كل مرحلة، وذلك من خلال وصف مواضيع ومفردات الرّياضيات المطلوبة فيها، وتضم مجالات:(الأعداد والعمليات، والجبر، والهندسة، والقياس، وتحليل البيانات والاحتمالات)، وتقسم إلى مراحل: من الرّوضة–الصّف الثاني ، من الصّف الثالث– الصّف الخامس، من الصّف السّادس – الصّف الثامن، من الصّف التاسع – الصّف الثاني عشر. ويكون التركيز على المحتوى بحسب كل مرحلة وخصائصها. وفيما يلي المعايير الرئيسية للمجالات الخمسة بشكل عام وذلك بحسب ما ورد في الوثيقة (NCTM, 2000):

1) الأعداد والعمليات(Number and Operations): على مناهج الرّياضيات من مرحلة ما قبل الرّوضة وحتى الصّف الثاني عشر إعداد الطالب ليكون قادرا على:
   - فهم الأعداد، وأساليب تمثيلها، والعلاقات بين أنظمة العد والأعداد.
   - فهم العمليات ومعناها وكيف ترتبط معاً.
   - دقة الحساب، وإعطاء تقديرات معقولة.
2) الجبر(Algebra): على مناهج الرّياضيات من مرحلة ما قبل الرّوضة وحتى الصّف الثاني عشر إعداد الطالب ليكون قادراً على:
   - تطوير العلاقات والأنماط وكذلك والدوال الحسابية.
   - تمثيل المواقف الرّياضية وتحليلها باستخدام الرموز الجبرية.
   - استخدام نماذج رياضية لفهم وتمثيل العلاقات والعلاقات النوعية.

3) الهندسة(Geometry): على مناهج الرّياضيات من مرحلة ما قبل الرّوضة وحتى الصّف الثاني عشر إعداد الطالب ليكون قادراً على:

- وصف وتحليل خصائص وصفات الأشكال الهندسية سواء ثنائية الأبعاد أو ثلاثية الأبعاد، والقدرة على تطوير حجج رياضية لعلاقاتها الهندسية.
- استخدام الإحداثيات الهندسية وتحديدها، ووصف العلاقات الفراغية وغيرها من الأنظمة.
- تطبيق التحويلات الهندسية وتمثيلاتها لتحليل مواقف رياضية متنوعة.
- استخدام أساليب التفكير المكاني والتّمثيل والتعليل والنمذجة لحل المشكلات.

4) القياس(Measurement): على مناهج الرّياضيات من مرحلة ما قبل الرّوضة وحتى الصّف الثاني عشر إعداد الطالب ليكون قادراً على:

- فهم وإدراك قابلية القياس للأشكال المختلفة وإدراك الوحدات، والأنظمة المختلفة للقياس.
- استخدام الأساليب والصيغ والتقنيات والأدوات المناسبة لتحديد وإجراء القياسات.

5) البيانات والاحتمال(Data Analysis and Probability): على مناهج الرّياضيات من مرحلة ما قبل الرّوضة وحتى الصّف الثاني عشر إعداد الطالب ليكون قادراً على:

- صياغة أسئلة تمكنه من التعامل مع البيانات، بحيث يجمعها وينظمها ويعرضها بصورة تمكنه من الإجابة عن هذه الأسئلة.
- استخدام الأساليب الإحصائية واختيار المناسبة منها لتحليل البيانات.
- تطوير الاستنتاجات والقيام بالتنبؤات بناء على البيانات الإحصائية.
- إدراك المفاهيم الأساسية للاحتمالات وتطبيقها.

معايير العمليات(Process Standards):

وهي أوصاف لطرق اكتساب المحتوى عند تعليم الرّياضيات المدرسية، وما يجب على الطّلبة معرفته والقيام به أثناء ذلك. وهي غير مرتبطة بمرحلة دراسية معينة بل أنّها تصف أساليب تعليم الرّياضيات من مرحلة رياض الأطفال وحتى الثاني عشر وذلك من خلال خمسة معايير أساسية كما أوردتها الوثيقة (NCTM, 2000) . وهي:

معيار حل المشكلات(Problem Solving): تشير الوثيقة إلى أنّ حلّ المشكلات جزء لا يتجزأ من الرّياضيات وليس جزءًا معزولًا عنها، فهو ليس هدفاً لتعلمها فحسب، بل هو إنّه وسيلة رئيسية للقيام بذلك. وأنّ الطّلاب بحاجة إلى فرص متكررة لصياغة والتعامل مع حل المشكلات المعقدة التي تتطلب قدرًا كبيرًا من الجهد. ولا بدّ من تشجيعهم على التفكير والتأمل في تفكيرهم أثناء عملية حل المشكلات؛ حتى يتمكنوا من تطبيق وتكييف الاستراتيجيات التي يطورونها مع مشاكل أخرى وفي سياقات أخرى. كما أنّه من خلال حل المشكلات الرّياضية ، يكتسب الطّلاب طرق التفكير وعادات الإصرار والفضول والثقة في المواقف غير المألوفة التي تخدمهم بشكل جيد خارج فصول الرّياضيات الدّراسية.

معيار التعليل والبرهان(Reasoning and Proof): ينص على أنّه يتوجب على الطّلاب رؤية وتوقع أنّ الرّياضيات منطقية، ويقدم طرقاً قوية لتطوير رؤيتهم لمجموعة واسعة من الظواهر. وذلك باعتبار الأشخاص الذين يفكرون بصورة تحليلية، يميلون إلى ملاحظة الأنماط أو البنية أو الانتظام في كل من الحالات الواقعية والرّياضية، ويسألون إذا كانت هذه الأنماط عرضية أو أنها حدثت لسبب ما؛ وبناء على ذلك يصنعون ويفحصون الحجج والتخمينات والبراهين الرّياضية، ويقومون

بتطويرها وتقييمها. وبالتالي فهي طرق رسمية للتعبير عن أنواع معينة من التفكير والتبرير، من خلال استكشاف الظواهر، وتبرير النّتائج، واستخدام التخمينات الرّياضية في جميع مجالات المحتوى وفي جميع مستويات الصّفوف، مع توقعات مختلفة من التعقيد.

معيار التّواصل(Communication): يشير إلى أنّ التّواصل الرياضي هو طريقة لتبادل الأفكار وتوضيح الفهم، ومن خلاله تصبح الأفكار أهدافاً للصقل والمناقشة والتعديل، فعندما يواجه الطّلاب تحدياً في توصيل نتائج تفكيرهم للآخرين شفهيًا أو كتابيًا، يتعلمون أن يكونوا واضحين ومقنعين ودقيقين في استخدامهم للغة الرّياضية، وفي تضمن التفسيرات والحجج والمبررات الرّياضية، وليس فقط الأوصاف أو الملخصات الإجرائية. كما ويعتبر أنّ الاستماع إلى تفسيرات الآخرين يمنح الطّلاب فرصاً لتطوير فهمهم، كما وتساعد المحادثات على صقل تفكيرهم وإقامة الروابط الرّياضية.

معيار التّرابط(Connections): يؤكد أنّ الرّياضيات ليست مجموعة من السلاسل أو المعايير المنفصلة، على الرغم من أنّها غالبًا ما يتم تقسيمها وعرضها بهذه الطريقة. ولكن عندما يربط الطّلاب الأفكار الرّياضية، يكون فهمهم أعمق وأكثر ديمومة، ويستطيعون رؤية الرّياضيات ككل متماسك. ولأجل تطوير رؤيتهم للروابط الرّياضية لا بدّ من تنشيط التفاعل الغني بين الموضوعات الرّياضية المختلفة، وكذلك في السياقات التي تربط الرّياضيات بموضوعات أخرى، وباهتماماتهم وخبراتهم الخاصة؛ وبالتالي لا يتعلم الطّلاب الرّياضيات فحسب وإنما كيفية الاستفادة منها.

ويؤكد المجلس على شدة التّرابط بين معايير المحتوى ومعايير العمليات، وذلك لأن الرّياضيات نظام متداخل، فتقسيم المعايير إلى محتوى وعمليات لا يعني تقسيم محتوى المنهاج إلى مجموعات منفصلة، بل أن تلك المعايير متداخلة ومترابطة بشكل كبير، وتشكل المبادئ والمعايير معاً رؤية

لتوجيه المعلّمين في سعيهم من أجل التحسين المستمر، والذين من المتوقع منهم أن يعرفوا ويفهموا بعمق تلك الرّياضيات التي يقومون بتدريسها وأن يكونوا قادرين على الاعتماد على تلك المعرفة بمرونة في مهامهم التدريسية (NCTM, 2000).

معيار التّمثيل(Representations): يشير إلى أنّه يمكن تمثيل الأفكار الرّياضية بمجموعة متنوعة من الطرق: الصّور، والمواد الخرسانية، والجداول، والرسوم البيانية، ورموز الأرقام والحروف، وعرض جداول البيانات، وغيرها. وأنّ الطرق التي يتم بها تمثيل الأفكار الرّياضية تعد أمراً أساسياً في كيفية فهم الطّلبة لهذه الأفكار واستخدامها. فعندما يتمكن الطّلاب من الوصول إلى التّمثيلات الرّياضية، وعندما يتمكنوا من إنشاء تمثيلات لالتقاط المفاهيم أو العلاقات الرّياضية وحل المشكلات؛ فأنّهم يكتسبون مجموعة من الأدوات التي توسع بشكل كبير من قدرتهم على صياغة وتفسير الظواهر المادية والاجتماعية والرّياضية.

التّمثيل الرياضي حسب ما ورد في وثيقة (NCTM, 2000):

أشارت الوثيقة (NCTM, 2000) إلى أنّ التّمثيلات الرّياضية ذات أهمية خاصة لارتباطها بكافة مجالات المحتوى وكافة معايير العمليات . أما في مجال المحتوى الرياضي والتي قد يواجه الطّلبة صعوبات متعددة في محاولة استيعابها، وبخاصة إذا تم طرحها والتعامل معها بصورة مجردة، وبالتالي فإن ربط أي علاقة أو مفهوم بتمثيل أو بعدة تمثيلات عند طرحها من شأنه أن يجسدها ويجعلها أكثر قرباً لهم، كما أنّ استخدام التّمثيلات في تعلم المحتوى الرّياضي، من شأنّه أن يعمل على تنمية لغة الرّياضيات لدي المتعلمين.

أما في مجال العمليات، ورغم كون التمثيل الرياضي قد جاء بمعيار مستقل في وثيقة عام (2000) إلاّ أنّه في وثيقة عام (1989) قد كان جزءاً من معيار التّواصل، ولعل ذلك يعود لكونه هاماً في عملية إيصال المفاهيم والعلاقات الرّياضية المجردة من خلال توضيحها بالمخططات أو بالرموز والأشكال المتعددة ، ولأنّه يعمل على تسهيل تواصل الطّلبة مع بعضهم البعض ومع معلميهم.

وتشر الوثيقة لارتباطه بمعيار التفكير والبرهان وخصوصاً حين يتحقق الطّلبة من صحة حلولهم أو توقعاتهم من خلال استخدام المجسمات أو الأشكال الهندسية أو الآلات الحاسبة مثلاً. ولعل خير دليل على صحة ذلك ما توصلت إليه الدّرسات حول دور التّمثيلات المتعددة في تنشيط العمليات العقلية العليا، كدراسة ميخائيل (2009) والتي أشارت إلى أنّ التّمثيلات غير اللغوية تحفز قدرات الطّلبة على ملاحظة النماذج والأنماط، وتزيد من قدرتهم على إدراك العلاقات والاستدلال والبرهان الرياضي. كما وأكدت الوثيقة علاقته بمعيار حل المشكلات، فعندما يمثل الطّلبة حالة رياضية ما أو مسألة ما بطريقة مفهومة وذات معنى لهم، فإن ذلك سيساعدهم على ايجاد حل لها، بل وأنّ استخدام الطّلبة للتمثيلات المتعددة والانتقال بينها، من شأنّه أن يساعدهم على تنظيم تفكيرهم وتجربة توجهات متنوعة تساعدهم على الفهم العميق وتعزز قدرتهم على حل المشكلات من جهة أُخرى.

كما وتبرز علاقة واضحة بين معياريّ التّمثيل والتّرابط الرّياضييّن فكلاهما يساعدان الطّلبة على رؤية التركيب الرياضي نفسه ولكن في أوضاع مختلفة ظاهرياً، كما وتبرز العلاقة بينهما بصورة خاصة في إظهار الجانب التطبيقي للرياضيات، وفي فهم الطالب للظواهر الطبيعية والاجتماعية والحياتية (المومني، 2008). وفي حين تساعد التّمثيلات الرّياضية الطّلبة على استيعاب المفاهيم

الرّياضية وبناء تصورات ذهنية لها، وتساعدهم على التمييز بين المفاهيم المتقاربة أيضا، فإن التّرابط الرياضي يأتي ليساعدهم على الربط بين هذه المفاهيم (Goldin & Shteingold, 2001).

وقد أوردت الوثيقة ثلاثة معايير أساسية، تصف ما يجب أن تتضمنه الكتب المدرسية حول التّمثيل الرياضي ، وهي:

- بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرّياضية
- اختيار وتطبيق التّمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرّياضية.
- استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية.

2:1:2 المحور الثاني: التّمثيلات الرّياضية والتمثيلات الرّياضية المتعددة

تعرّف التمثيلات الرياضية بأنها عرض للعلاقات الرّياضية بالصّورة أو الرّسم أو الرّمز، بحيث تشمل تمثيلات الصّورة كل ما هو رسم لمجسمات أو رسوم تخطيطية، وتشمل التّمثيلات البيانية الخطوط أو الأشعة أو الأعمدة أو الدّوائر والأشكال البيانية عامة، ويشمل التّمثيل الرمزي جميع الجداول وكل ما هو تعبير عن المتغيرات بصيغ عامة أو اقترانات أو تمثيلات واقعية (عبيد ،1998). ويرى بيب وكشوزنوف (Pape & Tchosnov, 2001) بأنّ التّمثيل هو تجريد داخلي للفكر الرياضي، يعمل كمخطط لما طوره الطّالب من خلال الخبرة، وبالتالي فالتّمثيلات سواء كانت رمزية أو عددية أو رسومات بيانية أو جبرية؛ فإنّها تعمل كقوائم لتوضيح التفاعل بين التّمثيل الخارجي والصّور الذهنية، ويتم من خلالها تعلّم المفاهيم والبناء التدريجي للصور الذهنية من أجل تنظيم الأفكار الرّياضية أو حل المشكلات. أي أنّ التّمثيلات الرّياضية تقسم لقسمين: وهي التّمثيلات الخارجية التي

يقدمها المعلّم للطالب سواء كانت صوراً أو رموزاً أو ألفاظاً أو محسوسات، والتّمثيلات الداخلية هي الصّور الذهنية التي يكونها الطالب نفسه للأفكار أو المفاهيم الرّياضية (رستم، 2012).

ويرى برونر أنّه لا يوجد مفهوم أو عملية في الرّياضيات غير مرتبطة بمفاهيم أو تمثيلات أخرى في النظام، نظراً لأن جوهر الرّياضيات يرتبط دائمًا بشيء آخر،وإجراء التّمثيلات والاتصالات والتّرابطات هو وسيلة لخلق الفهم، فإذا أصبح هذا التّصور هو أساس المعلّم في تعليم الرّياضيات ، فإن كل مراجعة للمواد سترتبط دائمًا بتمثيلات من الحياة اليومية (Siregar & Surya,2017).

ويذكر أبو جادو (1998) بأن " النمو المعرفي عند برونر يهدف إلى تحقيق مستويات عليا من التّمثيلات المعرفية المتكاملة والمدركة بالرموز والكلمات والمصطلحات والمفاهيم، معتبراً أنّ التمثيل هو عملية معرفية تعبر عن طريقة الفرد وأُسلوبه في إدراك محيطه، وبالنسبة للمتعلّم فالتّمثيل يعمل كأداة تشخيصية لعناصر القوة والضعف لديه في ضوء ما يعرض عليه من البيئة ومنبهاتها".

ويعد التّمثيل كما ورد في أبو هلال (2012) من المبادئ الأساسية لعملية التّعلّم عند برونر، والذي يجد أنّه من أجل أن يتمكن الطالب من بناء المعرفة في ذهنه بصورة صحيحة، لا بدّ أن يتم تنظيمها بطريقة جيدة تسمح له بتمثيلها وبالتالي يسهل استيعابها، فالطالب يعالج المعلومات ويفهم العالم المحيط من خلال التّمثيلات، والتي حددها بما يلي:

- التمثيلات العملية: والتي تركز على العمل، وتعتبر أنّ المعلومات تأتي من الأفعال، فالادراك الحسي هو أُسلوب الفرد في فهم البيئة الخارجية ويرى برونر أنّ التّعلّم في هذا المستوى أساس في أي تعلم اخر.

- التمثيلات الذهنية (التصورية) : وتعني استخدام الصّور البصرية والتجسيدية، فتحل الصّور الذهنية محل التّمثيلات العملية والحركية مع بقاء العمل بها معاً جنباً إلى جنب.

- التمثيلات الرمزية (المجردة) : ويحدث في هذا النظام اكتساب أُسلوب رمزي تجريدي لتمثيل الأشياء، ويتم استبدال الصّور بالتّمثيل من خلال الكلمات أو المعادلات أو الرموز، اذ تعد اللّغة نظام الترميز فيه، أي يتم تحويل الصّور لغوياً أو باستخدام المنطق الرّياضي والمفاهيم المجردة .

وبعد أن قام برونر(1960) بوضع نموذجه الذي تطرق للتمثيلات التي يبنيها الأفراد أثناء فهمهم بصورة تتابعية، تبدأ بالتّمثيل الحسي ثم التصوري ثم الرمزي، جاء ليش (Lesh, 1979) بنموذجه البارز والذي أضاف لسابقه تمثيلين هامين هما التّمثيل اللفظي، والتّمثيل بالمواقف الحياتية، ثم ما لبث أن طوّر ليش وبوست وبهر (Lesh et al., 1987) أحد أبرز النماذج الخاصة بالتّمثيلات الرّياضية المتعددة مع المراوحات فيما بينها (جخلب، 2019).

والتّمثيلات الرّياضية المتعددة هي " تجسيد للمفاهيم والأفكار الرّياضية بصورة تظهر نفس المعلومات بأشكال مختلفة" (Asli, 2001). وهي تعبر عن قدرة الطّلبة على تفسير وبناء ما يتعلمونه، فاستخدام نماذج متنوعة ومتعددة من التّمثيلات البصرية والمادية يحسن ويطوّر من القدرة الرّياضية في حل المسألة والتفكير الرياضي (NCTM, 2000).

وتظهر العديد من الدّراسات أهمية التّمثيلات المتعددة تحسين فهم الطّلبة ومهاراتهم الرّياضية وقدراتهم عل حل المشكلات، من خلال جعل الأفكار الرّياضية محسوسة وواضحة وذلك بتمثيلها

بأساليب متعددة سواء بالصّور أو الكلمات أو اليدويات أو الرموز (أبو هلال، 2012). ويرى التربويون أنّه لإنجاح تدريس الرّياضيات المدرسية، لا بدّ من إعطاء فرص واسعة للطلبة لترجمة الأفكار الرّياضية من خلال أنشطة متنوعة، وتعزيز استخدام التّمثيلات المتعددة كأدوات للتفكير والتفسير، ومساعدة الطّلبة على الانتقال (المراوحة) وفهم العلاقات بين أشكالها المتعددة، بل وعلى المعلّمين مراعاة تعدد وتنوع التّمثيلات المستخدمة في شروحاتهم، لأن الطّلبة لا يبنون معرفتهم من خلال تمثيل واحد أو نمط واحد فقط من الأداء (Pape & Tchoshanov, 2001).

نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحة فيما بينها:

ينطلق نموذج ليش (Lesh, 1979) من الإطار الفلسفي الذي يربط التّمثيلات المتعددة بالدمج بين المعرفة السّابقة والمعرفة الجديدة للطالب، بهدف الوصول إلى جوهر التّعلّم وجعله ذو معنى (الجخلب، 2019). فقد جاء النموذج ليربط بين تمثيلات مختلفة لنفس المفهوم، بأشكال متعددة وقد اشتمل على خمسة عناصر وهي:

1) التمثيل اللفظي: أي وسيلة للتعبير عن الفكرة بالكلام بلغة مفهومة للطالب.

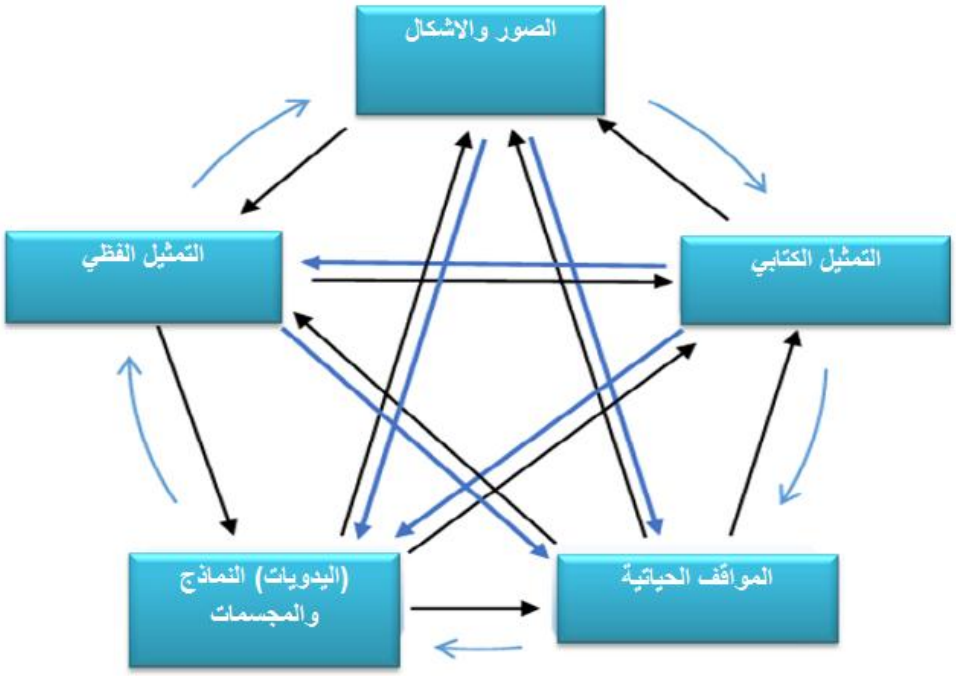
2) التمثيل الرمزي: أي وسيلة للتعبير عن الفكرة بكتابتها بالرموز الرّياضية أو بالأعداد.

3) التمثيل بالصّور والأشكال: أي أداة أو وسيلة تعليمية يتخللها رسومات أو أشكال وصور يمكن للطالب رؤيتها، مثل صور الأجسام أو الأشكال الهندسية، أو الرسومات البيانية، أو الجداول.

4) التمثيل بالنماذج والمجسمات: أي وسيلة تعليمية ثلاثية الأبعاد يمكن للطالب لمسها بيديه كالمكعبات والاسطوانات وغيرها من اليدويات.

5) التمثيل بالمواقف الحياتي: تمثّل المواقف والأوضاع المأخوذة من سياق الحياة الطبيعية التي ترتبط مع سياق الموقف الرياضي المراد تعلمه من المسائل.

وقد قام ليش وكريمر ودوير وبوست وزأوجيسيكس (Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003) بتحسين النموذج وبناء شبكة من التفاعلات بين العناصر الخمسة كما في الشكل (1-1)، وبهذا يبرز التفاعل بين عناصره، بمعنى استخدام أكثر من تمثيل في وقت واحد مع إمكانية المراوحة بينها.



الشكل (1-1): مخطط نموذج ليش للتّمثيلات المتعددة والمراوحة بينها

ونلاحظ من الشكل السابق أنّ النموذج يتيح المجال للبدء من أي تمثيل والانتقال لتمثيل آخر بمرونة، مما يساعد في التعبير عن الفكرة الرياضية بأكثر من أُسلوب. ويشير النموذج أنّه لا بدّ من

التفاعل بين التمثيلات المتعددة وإشراك الطلبة في تمثيل الأنشطة والأفكار الرياضية باستخدامها، لأنّ ذلك من شأنه ايصالهم للفهم العميق، ورفع كفاءتهم الرياضية (Chahine, 2011).

ويسهم النموذج في تشجيع الطلبة على التواصل مع الآخرين وإعادة بناء وتنظيم معارفهم (الرواجبة والعبيدي، 2011). ويلعب دوراً فاعلاً في زيادة دافعية الطلبة وجذب انتباههم لموضوع التّعلّم، ويؤثر إيجابيا في تحصيلهم واتجاهاتهم نحو الرّياضيات، ومبرر ذلك أنّه على سبيل المثال، عند إعطاء المفهوم بتمثيلات متعددة مع مراعاة المراوحة (الانتقال) بينها، يحدث إدراك له من عدة نواحي، تؤدي بدورها لفهم أعميق، والذي يساعد بخلق اتجاهات إيجابية عند الطّلبة نحو الرّياضيات ودراستها ودورها في الحياة اليومية، وخصوصاً أنّ استخدام التّمثيلات يسمح للطالب بالتعبير عن أفكاره بما يتناسب مع رغباته وميوله، فيصبح التّعلّم أسهل وتترسخ المعرفة بوقت وجهد أقل (الجخلب، 2019؛ أبو الرب، 2016).

2:2 الدّراسات السّابقة

1:2:2 دراسات متعلقة بتحليل وتقويم كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM) الخاصة بالمحتوى.

يعد الكتاب المدرسي أداة رئيسة لدعم المنهاج، وهو ما يحدد المحتوى الذي سيدرسه الطّلبة، والأساليب والأنشطة التي يستخدمها المعلّم داخل الغرفة الصّفية، ويؤثر في طبيعة التقويم المبني على الأهداف، وبالتالي يتوجب الاهتمام بنوعية محتواه، وقد جاءت دراسة اوكيفي (Okeeffe, 2013) لتؤكد على مدى أهمية وثيقة (NCTM, 2000) لمبادئ ومعايير الرّياضيات المدرسية كمرجع أساسي لتحليل وتقييم جودة محتوى كتب الرّياضيات المدرسية، وتوفير فرص متنوعة لتعلّمها وتعليمها. وهذا ما أكدته نتائج الورقة البحثية التي قدمها زيرينج وآخرون (Zeringue & others, 2010) ضمن أبحاث (NCTM)، والتي جاءت بهدف البحث في المعايير المستخدمة في اختيار كتب الرّياضيات، من رياض الأطفال وحتى الصّف الثاني عشر، والعوامل المؤثرة فيها، وذلك في ثماني ولايات أمريكية، وباستخدام أداة المقابلة، والتي أُجريت على عينة من (150) شخص من أصحاب القرار التّربوي، وقد أظهرت الاجابات عدداً من العوامل المتشابكة في اختيار المنهج والمحتوى التّعليمي، والتي عكست صعوبة عملية الاختيار؛ إلاّ أنّها قد أكدت على دور وأهمية المعايير الصادرة من جهات ذات مصداقية في ذلك.

وقد تعددت الدّراسات العالمية حول معايير (NCTM, 2000) منذ انطلاقها، ففي مجال الهندسة أجرى بيكرجن وكابس (Pickrign & Capps, 2000) دراسة بهدف تقصى مدى التّطابق بين مناهج الهندسة للمرحلة الابتدائية ومعايير(NCTM) العالمية، وقد خلصت الدّراسة إلى وجود

اختلاف بين محتوى الكتب وبين الهندسة المقترحة ضمن المعايير، وأوصت بضرورة مراعاتها كونها محكاً حقيقياً لقياس الجودة.

وقد حظيت مجالات المحتوى الأُخرى باهتمام الباحثين، فقامت دراسة سورتو (Sorto, 2011) على تحليل محتوى الإحصاء والاحتمالات، باستخدام المنهج الوصفي التّحليلي، وأعدت بطاقات تحليل في ضوء تلك المعايير، وتوصلت النّتائج إلى أنّ محتوى الإحصاء والاحتمالات في صفوف المدرسة المتوسطة لم يتضمن قدراً كبيراً من معايير(NCTM)؛ إذ تمّ التأكيد على توافر بعض المعايير الفرعية فقط. وقد اتفقت هذه الدّراسة مع دراسة هامبورج (Hamburg, 2009) من حيث المنهجية والأداة وعدد من النتائح، حيث هدفت إلى تحليل ثلاثة من كتب الرّياضيات التطبيقية التي تحتوى على دروس الرّياضيات المالية في إحدى المدارس الإعدادية في أوهايو بأمريكا الشمالية، واستخدمت أداة تم تطويرها كنموذج للتحليل اشتقت من معايير (NCTM, 2000) متعلقة بالتّعليم المالي، وتضمنت (29) معيارًا للصفوف من (1–12)، وأظهرت النّتائج عدم تركيز الكتب على مهمات الرّياضيات المالية المتعلقة بالتخطيط والتمويل ومهارات الاحتمالات والإحصاء.

أمّا في مجال الجبر فقد جاءت دراسة كولم وكوتس (Kulm & Curtis, 2000) بهدف تحليل اثني عشر كتاباً في الولايات المتحدة، ضمن مجموعة من المحاور المنبثقة من معيار الجبر في وثيقة (NCTM)، وقد أظهرت النّتائج توافقاً كبيراً بين محتوى كتب الجبر في جميع مراحل التّعليم العام، إلاّ أنّها لم تتضمن دمج الجبر بالموضوعات الدّراسية الأُخرى، وأوصت بضرورة تطوير المناهج في ضوء معايير المحتوى المقترحة في الوثيقة.

ولم تكن الدّراسات العربية بمنأى عن الاهتمام العالمي المتنامي بمعايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM). وكاستجابة للدعوات بضرورة تقصى تلك المعايير وما يرتبط بها، جاءت دراسة الزعبي والعبيدان(2014) بهدف الكشف عن درجة تضمين كتاب الرّياضيات للصف الرّابع الابتدائي بالسعودية لمعايير(NCTM, 2000)، في ضوء معايير المحتوى في مجالات (الأعداد والعمليات، والهندسة، وتحليل البيانات، والاحتمالات) ومعايير العمليات في مجالات (حل المشكلات، والتفكير الرّياضي، والاتصال)، وقد استخدم الباحثان المنهج الوصفي التّحليلي وقاما بإعداد أداة مكونة من ستة معايير يشمل كل معيار منها على عدد من المظاهر الفرعية، وجاءت نتائج التّحليل لتظهر تضمين الكتاب لجميع تلك المعايير ولكن بنسب متفاوتة ومنخفضة لم يتجاوز أعلاها 28%، كما أظهرت النّتائج أنّ هنالك مظاهر فرعية غير مطبّقة بشكل كافٍ، ومن هنا أوصى الباحثان بضرورة تبني تلك المظاهر في الكتاب لضمان فاعليته، وبإجراء المزيد من الدّراسات حول معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات ومدى مراعاتها في كتب الرّياضيات لصفوف أخرى.

وبنفس المنهجية والأداة وأسلوب المعالجة الإحصائية، جاءت دراسة سعودية للشهري (2015) بهدف تقويم محتوى كتاب الرّياضيات للصف الأول الثانوي في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى والعمليات، على عيّنة شملت موضوعات الأعداد والعمليات، وقد أسفرت نتائجها عن تدني تحقق تلك المعايير بنسبة دون (13%)، وهي نسبة غير مقبولة تربوياً، وعليه أوصى الباحث بتكثيف الجهود التربوية نحو تطوير الكتب المدرسية، كما وخلصت إلى أنّ أزمة المناهج ليست بمعرفة كيف تتم صناعتها فقط؛ بل وبتوفير مناخ التنفيذ وهو المدرسة؛ والتي لم تستطع حتى وقت عمل الدّراسة

توفير جميع الإمكانيات اللازمة لتحقيق جودة منهج عالمي، ولم تستطع نقل خبرات وتجارب الدّول في المعايير وفلسفتها إلى المستويات المعيارية اللازمة.

وقد اهتمت الدراسات بموضوع الهندسة بشكل خاص، فنجد دراسة أبو الرب (2007) ودراسة الجراح (2014)، قد هدفتا لتحليل محتوى وحدات الهندسة في كتب الرّياضيات المدرسية في الأردن في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى، على عينات مختلفة من كتب المرحلة الأساسية، وقد أسفرت نتائج أبو الرب عن وجود نسبة توافر منخفضة للمعايير تتراوح بين (0%– 28%)، وأكدت على ذلك نتائج الجراح، التي أظهرت أنّ محتوى الهندسة يهمل كل من جوانب التفكير وحل مشكلات الحياة اليومية، والجوانب المتعلقة باستخدام التقنيات التكنولوجية.

فلسطينياً حظيت معايير (NCTM) بقدر كبير من الاهتمام، وكانت مادة خصبة لإجراء الدّراسات والبحوث التربوية المحلية، ولعل من أحدثها دراسة عسقول وآخرون (2019) والتي هدفت إلى تحليل كتب الرّياضيات المطوّرة للصف التّاسع في ضوء معايير المحتوى، استناداً على أداة مشتقة من معايير (NCTM) لمجالات المحتوى الخمسة، وقد خلصت الدّراسة إلى تضمين كتاب الجزء الأول لجميع مجالات المحتوى وبنسب متفاوتة جاء أعلاها لمجال الأعداد والعمليات (40.98%) وأدناها لمجاليّ الهندسة والقياس (9.62%)، أما الجزء الثاني فقد افتقر لمجال الأعداد والعمليات، وجاء بأعلى نسبة لمجال الجبر (54.78%)، وأدناها لمجالي الهندسة والقياس (36.13%).

ولم تكن الدّراسة الوحيدة التي اهتمت بالكتب الفلسطينية الجديدة (المطورة)، فما أن بدأ العمل بالكتاب المدرسي عام 2017–2018 حتى جاءت دراسة العاصي (2018) لتستهدف عينة من الكتب (المطوّرة) للصفوف الثالث والرابع، وقد اتفقت مع دراسة عسقول في المنهج، بينما كانت

أكثر شمولية، فلم تقتصر على معايير المحتوى، بل واهتمت بمعايير العمليات، ولتحقيق ذلك استخدمت الباحثة أداتين للتحليل، تم إعدادهما في ضوء معايير(NCTM) الخاصة بالمرحلة من (3–5)، الأداة الأولى خاصة بمعايير المحتوى بمجالات (الأعداد والعمليات، والجبر، والهندسة، والقياس، والاحتمالات)، والثانية خاصة بمعايير العمليات الرّياضية في مجالات (حلّ المشكلات، والتعليل والبرهان، والتّواصل الرّياضيّ، والترابط الرّياضيّ، والتّمثيل الرّياضيّ). وخلصت النّتائج إلى أنّ معايير المحتوى قد توافرت ولكن بنسب متفاوتة ومتدنية بصورة عامة، أمّا معايير العمليات فقد جاء أعلاها لمجال الترابط الرّياضيّ، وأدناها لمجال التعليل والبرهان، أمّا مجال التمثيل الرّياضيّ فجاء متوسط نسبته في محتوى كتاب الصّف الثالث (25.81%)، وأعلى من متوسط نسبته في محتوى كتاب الصّف الرابع (21.53%).

وفي اتساق مع أهداف تقويم محتوى كتب الرّياضيات الفلسطينية عامة، والكتب الجديدة (المطورة) خاصة، وباستخدام المنهج الوصفي التّحليلي، جاءت دراسة أبو الروس (2018) لتستهدف كتب الصّفين العاشر والحادي عشر العلمي، سعياً لتقويمها في ضوء معايير(NCTM) للمحتوى، وقد أسفرت النتائج أنّ محتوى الصف العاشر قد توافق بنسبة (54.92%) مع معايير(NCTM) بينما توافق محتوى الصف الحادي عشر العلمي معها بنسبة (66.19%). وقد أوصت الدّراسة مطوري المناهج باستكمال مؤشرات المعايير غير المتحققة في الكتب.

واستكمالاً لجهود الباحثين الفلسطينيين في تحليل محتوى كتب الرّياضيات الجديدة، في ضوء معايير NCTM للمحتوى، وبهدف تقصى مدى توافرها في مجالات المحتوى الخمسة، ولعينة من كتب الصّفوف من الثالث حتى الخامس الأساسي، جاءت دراسة (كرزون، 2019) لتظهر توافر المعايير

بنسب متفاوتة بين الضّعيف والمتوسط، ولتتقاطع توصياتها مع سابقاتها بإغناء الطبعة الجديدة من الكتب الفلسطينية بفقرات تنتمي للمؤشرات التي حددتها معايير (NCTM) في مجالات المحتوى، وبإجراء مزيد من الدّراسات لتقصي مدى توافرها في كتب الرّياضيات الجديدة للمراحل الأخرى.

وفي حين اهتمت بعض الدّراسات المحلية بالكتاب كاملاً، فقد جاءت بعض الدّراسات مسبقاً بهدف الاختصاص في مدى تضمين معايير (NCTM) لمحتوى منفرد، فنجد دراسة أبو عمرة (2007) قد هدفت لتحليل محتوى الهندسة لكتب المرحلة الأساسية العليا (السّابع والثامن والتاسع)، وأتسقت معها دراسة كساب (2009) بحيث هدفت إلى تحديد مستوى جودة موضوعات الهندسة والقياس في كتب الرّياضيات من الصّف الأول حتى السّادس الأساسي، وقد أتبعت كلتاهما المنهج الوصفي التّحليلي من خلال أداة تحليل تم بناؤها في ضوء المعايير الخاصة بالمحتوى المطلوب، وفي حين خلصت نتائج كساب إلى توافر المعايير الخاصة بالهندسة بنسب متفاوتة ومتدنية، تراوحت بين (20%-56%)، فإن نتائج أبو عمرة قد أظهرت توافر المعايير بنسبة (77%). وقد تميزت دراسة أبو عمرة بإضافة أداة الاستبانة والتي تكونت من أربعة معايير رئيسية في مجال الهندسة ومعيارين رئيسيين في مجال القياس، وتم تطبيقها على ثمانين معلم ومعلمة، وسبعة من مشرفي الرّياضيات.

وقد استخدم درويش ومقاط (2010) أداة الاستبانة أيضاً، في دراسة هدفت للكشف عن مستوى جودة كتب الرّياضيات الفلسطينية، للصفوف الثالث والرابع والخامس في ضوء قائمة معايير (NCTM)، وقد تم توجيهها لعينة من معلمي الرّياضيات للصّفوف المذكورة، وعدد من موجهي المادة. وقد أظهرت النّتائج افتقار الكتب لتوافر الجودة في ضوء معايير (NCTM)، باستثناء معيار الأعداد والعمليات الذي جاء بمستوى مرتفع نسبياً.

2:2:2 الدّراسات المتعلقة بتحليل وتقويم كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير المجلس القومي الأمريكي (NCTM) الخاصة بالعمليات الرّياضية.

مع ظهور مبادئ ومعايير الرّياضيات المدرسية الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي (NCTM, 2000)، والتي أكدت أنّ الكفاءة الرّياضية تستلزم ترابط المهارات الحسابية والمفاهيمية معاً؛ تنوعت الدّراسات التي تناولت جوانب تقويم وتطوير مناهج الرّياضيات على المستوى العربي والعالمي، وفي ضوء حقيقة أنّ كتب الرّياضيات في كثير من الأحيان هي المورد الأساسي للمعلمين والطلبة، فإنّ من الأهمية بمكان تقييم استنادها لمعايير عالمية مدروسة (Harwell, 2007). وقد جاءت بعض نتائج الورقة البحثية لجيتندرا وآخرون (Jitendra & other 2010) في انسجام تام مع ذلك لتظهر أنّ التزام التفاعلات بين المنهاج المستهدف (الكتاب المدرسي) والمنهاج المنفذ (الممارسات التّعليمية) بمعايير (NCTM) للعمليات، له تأثير مباشر على تحسين التّحصيل الدّراسيّ، والاتجاهات نحو الرّياضيات، ولضمان هذا التحسن لا يكفي فقط تغيير في الممارسات التّعليمية، ولكن يتوجب أيضاً تغييرات في الكتب المدرسية. وقد شارك في الدّراسة أربعة من معلمي الصّف الثالث في مدرسة ابتدائية في القوقاز، وطُبقت على (4) فصول دراسية فيها (72) طالب وطالبة، تمّ قياس تحصيلهم الدّراسيّ باستخدام اختبار قبلي واختبار بعدى في حل المسائل اللفظية، أمّا اتجاهاتهم نحو الرّياضيات فرُصدت بمقياس خاص أعده الباحثون لهذا الغرض، كما وتم تحليل محتوى الكتاب لتحديد معايير (NCTM) للعمليات التي يتضمنها ، وقام الباحثون بتقييم أداء المعلّمين لتحديد مدى الالتزامهم بتلك المعايير من خلال أداة الملاحظة. وأظهرت النّتائج احتواء الكتاب على معايير العمليات بنسب متفاوتة، أمّا بالنسبة لممارسات المعلّمين فقد اتضح أنّ تطبيقهم

لمعايير حل المشكلات والتّواصل والتّمثيل كان بشكل أكبر من معياريّ التفكير والروابط الرّياضية. ولسوء الحظ، فقد أظهرت هذه الدّراسة أنّ جهود المعلّمين للالتزام بالمعايير لم تكن كافية للتغلب على أوجه القصور في الكتب المدرسية.

ومن الملاحظ من نتائج الورقة البحثية دور المعلّم في هذا السياق، حيث أولت العديد من الدّراسات أهمية خاصة لاتجاهاتهم وآرائهم، فنجد دراسة باي (Bye, 2011) قد هدفت إلى التعرف على تصورات معلمي الرّياضيات حول مدى تضمين معايير (NCTM) للعمليات الخاصة بحل المسألة، في أنشطة كتب الرّياضيات الثانوية في الولايات المتحدة الأمريكية، وقد تمّ استخدام أداة الإستبانة على عينة مكونة من (27) معلماً ومعلمة للمرحلة الثانوية تم اختيارهم عشوائيا، وأظهرت النّتائج أنّ مستوى تضمين أنشطة تلك الكتب لمعايير (NCTM) الخاصة بحل المسألة كان متوسطاً. ويتوافق ذلك مع نتائج دراسة سورتو (Sorto, 2011)، التي أُجريت على كتب الرّياضيات للمرحلة المتوسطة لتسعة وأربعين ولاية أمريكية، والتي أظهرت أنّ الأسئلة والأمثلة والتدريبات ورسم الأشكال والنشاطات المتضمنة في كتب الرّياضيات للمرحلة المتوسطة تشتمل على معياريّ حلّ المشكلة والتّمثيلات الرّياضية بصورة متوسطة.

وقد اعتمدت العديد من الدّراسات على تحليل المحتوى النّوعي في تقصي معايير (NCTM) للعمليات، ومنها دراسات عربية كدراسة المومني (2008) والتي هدفت إلى تحليل كتب الرّياضيات المدرسية للمرحلة الأساسية في الأردن، في ضوء معياريّ الربط والتّمثيل الرّياضيّين، وباستخدام المنهج الوصفي التحليلي، وتناولت تحليل محتوى الأعداد والعمليات عليها والهندسة، وذلك من خلال أداة مشتقة بشكل مباشر من وثيقة المعايير، وقد أظهرت النّتائج أنّ معيار الربط الرّياضيّ قد جاء

بنسبة (60%)، ومعيار التّمثيل الرّياضيّ بنسبة (39.5%)، وأنّ مجال استخدام التّمثيلات لنمذجة ظواهر طبيعية واجتماعية ورياضية هو الأدنى على الإطلاق، وفي ضوء ذلك أوصت الباحثة أن يأخذ القائمون على تطوير المناهج بعين الاعتبار مواطن ضعف الكتب لتلافيها، مع التأكيد على حلّ المسألة والتنوع فيها وربطها بباقي أجزاء المحتوى.

وعلى صعيد متصل وبنفس المنهجية، جاءت دراسة سهيل (2011) لبيان درجة توافر معايير الربط والتّمثيل والاتصال في ضوء معايير (NCTM) للعمليات، وذلك في كتب الرّياضيات المستحدثة للمرحلة المتوسطة في المدارس العراقية، وقد أظهرت النّتائج أنّ درجة توافر معياريّ الربط والاتصال الرّياضيّين في كتاب الرّياضات للصف الثاني، متوسطة بشكل عام، في حين كانت درجة توافر معيار التّمثيل ضعيفة، وقد أوصت بضرورة اطلاع مؤلفي كتب الرّياضيات على المعايير التي صدرت عن المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات عند التخطيط لتطوير منهاج الرّياضيات.

محلياً، ورغم تعدد الدراسات التي اهتمت بوثيقة (NCTM)، إلاّ أنّ نسبة قليلة منها قد اختصت بمعايير العمليات أو بجزء منها بصورة منفردة، ومنها دراسة أبو العجين (2011) والتي جاءت بهدف الكشف عن مدى تحقق معياريّ التّرابط والتّمثيل الرّياضيّين في محتوى مناهج الرّياضيات الفلسطينية للصفوف السّادس والسابع والثامن، وذلك على عينة من جميع الموضوعات الواردة في محتوى تلك الكتب، والبالغ عددها(6) بواقع كتابين لكل صف، وقد أتبع الباحث المنهج الوصفي التّحليلي، حيث قام بإعداد قائمتين للتحليل، الأولى خاصة بمعيار التّرابط الرّياضيّ، والثانية خاصة بمعيار التّمثيل الرّياضيّ وذلك استناداً إلى ما ورد في وثيقة (NCTM) للعمليات، وقد كشفت النّتائج عن تحقق معيار التّرابط الرّياضيّ في محتوى الكتب للصفوف السّادس والسابع والثامن بالنسب

(49.43%، 39.87%، 38.95%) على الترتيب، أي بما معدله (42.34%) ، أما بالنسبة لمعيار التّمثيل الرّياضيّ فجاء بالنسب (54.44%، 48.45%،43.14%) على الترتيب، أي بما معدله (48.55%)، وفي ضوء ذلك أوصت الدّراسة بضرورة إعادة النظر في تلك المناهج، وبضرورة مراعاة التّرابط الأفقي والرأسي عند عرض الموضوعات الرّياضية، والاهتمام بالتكامل والترابط بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، وإثراء المحتوى بالتطبيقات الرّياضية بما يتناسب مع المرحلة العمرية، وضرورة توخي الدقة والتنوع في عرض واستخدام التّمثيلات الرّياضيّة.

وبالرغم من أنّ دراسة أبو العجين (2011) قد أُجريت على المناهج الفلسطينية القديمة، إلاّ أنها تشابهت إلى حد كبير مع نتائج دراسة أبو سكران (2019) والتي استهدفت الكتب الفلسطينية الجديدة للصفوف (6–8) سعياً منها لتحديد نسب توافر معايير (NCTM) للعمليات في محتواها، وقد خلصت إلى تدني نسب التّرابط والتّمثيل الرّياضيّين، كما وكشفت عن عدم توازن توزيع العمليات الرّياضية الأربع في المحتوى، وعن ضعف بعض مؤشرات العمليات الرّياضيّة، وانعدام تام لبعضها الآخر، وخاصة في معياريّ التّرابط والاستدلال، ولهذا أوصى الباحث بضرورة إعادة النظر في الكتب الجديدة، والاهتمام بمراعاة التوازن في توزيع العمليات الرّياضيّة في محتواها؛ بما يتلاءم مع طبيعة المرحلة العمرية، وإلى ضرورة إثراء الكتب بأنشطة تشجع الطالب على قراءة لغة الرّياضيات، وبأنشطة تظهر دور الرّياضيات في الثقافة والمجتمع، وأخرى تربط المعرفة الرّياضيّة بتطبيقات حياتية مفيدة، وعدم الاقتصار على الجوانب المعرفية فقط. كما وأوصى باستكمال الدّراسات في ضوء معايير (NCTM) للعمليات، نظراً لأهميتها في تنمية المهارات الرّياضيّة.

3:2:2 الدّراسات المتعلقة بمقارنة كتب الرّياضيات المدرسية وفقاً لمعايير عالمية

تعتبر بحوث المقارنة ذات قيمة علمية كبيرة لبنية المناهج المدرسية المستهدفة إذا ما أحسن استخدام نتائجها (Akcakaya, 2014). ولما كان أحد أهداف هذه الدّراسة هو مقارنة بين كتب الرّياضيات الفلسطينية بنظيراتها من كتب كامبردج البريطانية، ارتأت الباحثة مراجعة نماذج من الدّراسات السّابقة التي تناولت مقارنة كتب الرّياضيات البريطانية بكتب بلدان أُخرى.

ومن هذه الدّراسات، جاءت دراسة هنتلي وكايزر ولونا (Huntly, Kaiser, & Luna, 2012) بهدف مقارنة تدريس الرّياضيات في النظام التّعليمي في كل من بريطانيا وألمانيا، وهي من الدّراسات الاثنوجرافية، وقد تضمنت على عينة من كتب المرحلة الثانوية الدنيا بواقع (242) درساً من كتب بريطانيا، مقابل (102) من كتب ألمانيا المناظرة، وخلصت النّتائج إلى أنّ تدريس الرّياضيات في ألمانيا يختلف عنها في بريطانيا من عدة جوانب، أبرزها أنّ ألمانيا أكثر اهتماماً بتدريس جوانب الرّياضيات النظرية (المجردة)، في حين تهتم بريطانيا بتدريس الرّياضيات التطبيقية، وقد فسرت الدّراسة ذلك بأنّ الفلسفة التربوية البريطانية تتجه نحو التفريد والاهتمام بالجوانب البراجماتية مما يعني قلة الاهتمام بالمعرفة النظرية، على عكس التطبيقية، أمّا في ألمانيا فالتقاليد التربوية ما زالت متأثرة إلى حدٍ كبير بالعلوم الأكاديمية.

وتأكيداً على النّتائج الخاصة ببريطانيا واهتمامها بالرّياضيات التطبيقية والعمليات، جاءت دراسة رودك وسينسبوري (Ruddock & Sainsbury,2019) والتى هدفت إلى مقارنة المناهج الدّراسية للرياضيات والعلوم في التّعليم الابتدائي في انجلترا مع المناهج الدّراسية في بلدان عالية الجودة في الدّراسات الدولية المقارنة، ولتحقيق هذا الهدف استخدم الباحثان عينة هي مناهج انجلترا للرياضيات

بالاضافة إلى مناهج كل من الصين وهونج كونج ولاتفيا وانتاريو وسنغافورة وهولندا، وقد جاءت نتائج التحليل وفقاً لما يلي: (1) محتوى منهاج الرّياضيات مماثل لمحتوى مناهج الرّياضيات في البلاد موضوع المقارنة، (2) تدريس الأعداد والهندسة والتعامل مع البيانات مشترك بين المناهج الدّراسية، (3) التركيز على العمليات مشترك بين المنهج في انجلترا ومعظم المناهج الدّراسية الأخرى إلاّ أنّ العمليات على الأعداد في المناهج الدّراسية في انجلترا كانت أضيق وفي نطاق تطبيقي أكبر. ولما كانت الدّراسة الحالية هي دراسة مقارنة في ضوء معايير (NCTM) ، ارتأت الباحثة متابعة مراجعة دراسات المقارنة العالمية والعربية والمحلية ذات العلاقة، فوجدت لي (Li, 2000) قد أجرى دراسة مقارنة بين خمسة كتب رياضيات معتمدة في الولايات المتحدة وسبعة كتب معتمدة في الصين، وذلك بصدد تقصي أحد معايير (NCTM) للعمليات، وهو معيار حلّ المشكلات، وتوصلت النّتائج إلى فروقات بسيطة في طبيعة محتوى المسألة الرّياضيّة في البلدين، بينما ظهرت الفروقات أوسع في متطلبات الأداء المطلوبة في كل من الكتب الأمريكية والصينية، فالكتب الأمريكية جاءت أكثر تنوعاً من نظيرتها الصينية.

ومن الدّراسات التي اهتمت بالمقارنة مع الكتب الأمريكية، دراسة أكياكا (Akcakaya, 2014) والتي هدفت إلى مقارنة كتب الرّياضيات المقرر في المدارس الحكومية التركية مع نظيرتها الأمريكية، وذلك في ضوء معايير (NCTM) الخاصة بالعمليات، وتحديداً في مجالات حلّ المسائل والبرهان والتّواصل، وذلك باستخدام منهجية المقارنة وتحليل المحتوى، وبأدوات جاءت على صورة قوائم مستقاة من تلك المعايير، وبعينة اشتملت على محتوى كتب الرّياضيات لمستوى الصّف الثامن لكلا البلدين، إضافة إلى المسائل الرّياضية المتوفرة في نهاية كل وحدة وفصل وكتاب دراسي، وقد

خلصت أبرز النّتائج إلى أنّ تلك العينة تنسجم مع المعايير بصورة مقبولة، أمّا نتائج المقارنة فقد كشفت أنّ كتب الرّياضيات التركية للصف الثامن تركز على المعرفة الرّياضيّة والفهم والتّواصل وتفسير البراهين أكثر من الكتب الأمريكية، والتي تركز بدورها على مهارات تفسير الرسوم البيانية ورسمها، وهو ما ينسجم بصورة أكبر مع معايير (NCTM)، وقد أوصت الدّراسة بضرورة الاهتمام أكثر بمقارنة الكتب التركية بكتب دول ذات جودة وأداء أفضل في مجال تعليم وتعلّم وتطبيق الرّياضيات.

ومن الدّراسات الحديثة التي اتفقت مع هذه الدّراسة من حيث أهمية وضرورة المقارنة بمعايير دولية ذات جودة كمعايير (NCTM) واستندت على عينة مأخوذة من كتب أمريكية، جاءت دراسة رهاني وايزادي (Reyhani & Izadi, 2018) التي هدفت إلى تحليل ومقارنة محتوى كتب الرّياضيات للصف الأول في ايران واليابان والولايات المتحدة الأمريكية، والتي احتوت على المحاور التّحليلية المتعلقة بمجالات (فرص التّعليم، والتّعلّم البنائي، ومعايير العمليات، وتقييم المحتوى) وذلك وفقاً لمعايير (NCTM)، مستخدمين في عملية التّحليل، الترميز المنبثق من مجالات (الاختبارات، والصّور، والأشكال والجدول والرسومات)، وقد اشتملت عينة الدّراسة مناهج تلك الدول القديمة والحديثة على حد سواء، متطرقين إلى كتب الرّياضيات في ولاية كاليفورنيا دون سواها من الولايات الأمريكية – كون كل ولاية تستخدم كتب مختلفة في تعليم الرّياضيات لذلك الصّف–، وقد قام الباحثان باستخدام البحث الكمي والنوعي المختلط في عملية جمع وتحليل البيانات، وقد أبرزت النتائج ضرورة مراعاة الكتب الأيرانية لاستخدام التعبيرات العددية والجبرية في معالجة المفاهيم الرّياضيّة، والاهتمام أكثر بمعالجة المعايير المتعلقة بالبرهان الرّياضيّ والتفكير المنطقي، إضافة

لضرورة التركيز على استخدام التدريبات والأسئلة من نوع الصح والخطأ؛ لدورها في تعزيز القدرة التّحليلية للطالب، كما ودعى الباحثان للاهتمام بتوظيف الصّور المستقاة من الحياة اليومية والثقافة المحلية ؛ لدورها في توضيح المفاهيم الرّياضيّة وربطها بالسياق المألوف للطالب.

ولم تكن الدراسات العربية بمعزل عن دراسات المقارنة، فنجد دراسة الدويري والقضاة (2006) جاءت لمقارنة محتوى موضوع الأسس واللوغاريتمات المتضمن في كتب الرّياضيات الأردنية والكتب السعودية في ضوء معياريّ الترابط والتّمثيل الرّياضيّيّن بحسب ما ورد في وثيقة (NCTM: 2000) ولأغراض الدّراسة قام الباحثان بتطوير نموذجين للتحليل مشتقين من معياريّ التّرابط والتّمثيل، مستخدمين منهج تحليل المحتوى الكيفي، وخلصت النّتائج إلى وجود تمثيل متباين من معيار فرعي لآخر في موضوع الأسس واللوغاريتمات الذي شملته عملية التّحليل، حيث تراوحت النسبة المئوية لهذا المعيار بمجالاتة الثلاثة، ما بين (0 – 22%) في الكتب الأردنية وما بين (0– 25%) في الكتب السعودية. أمّا في معيار التّرابط الرّياضيّ فقد تراوحت النسبة المئوية لهذا المعيار بمجالاتة الثلاثة ما بين (0– 27%) الكتب الأردنية، وما بين (0–29%) في السعودية، وقد أوصى الباحثان بضرورة استخدام نشاطات نمذجة تتطلب ملاحظة ظواهر العالم الطبيعي واستخدام التكنولوجيا في معالجة النماذج التي تصف ظواهر العالم الطبيعي للوصول إلى أفكار رياضية، وإلى ضرورة ربط الرّياضيات بالعلوم الأخرى من خلال الأمثلة المطروحة في كتب الرّياضيات؛ ليدرك الطالب الصلة بينها وبين غيرها من المقررات.

محلياً وفي سياق مقارنة كتب الرّياضيات الفلسطينية بكتب دول أخرى، جاءت دراسة العايدي (2008) بهدف مقارنة كتاب الرّياضيات للصف التاسع الأساسي وفق المنهاج الفلسطيني المطبق

في العام (2002 – 2003) مع الكتب المناظرة في كلّ من الأردن ومصر، وذلك من خلال التعرف على اختلاف الموضوعات الرّياضية المطروحة بالمنهاج تبعاً لتمثيلها النسبي في ضوء معايير المناهج لتلك الدول، وأهدافها التربوية لمادة الرّياضيات للصّف التاسع، كما وسعت للتعرف على مدى التباين في مستوى الأهداف التربوية التي تقيسها تبعا لمتغير تصنيف بلوم، وذلك باستخدام المنهج الوصفي التّحليلي وأُسلوب الدّراسات المقارنة، وتم التوصل إلى عدد من النّتائج، من بينها، التدني الواضح في معدلات مستوى الأهداف التربوية للموضوعات الدّراسية المطروحة في مناهج الرّياضيات للصف التاسع الأساسي، في كل من فلسطين والأردن ومصر في المستويات العليا (التّحليل، التركيب، التقويم). وفي ضوء ذلك أوصى الباحث بضرورة ربط محتوى منهاج الرّياضيات الفلسطيني بأمثلة من البيئة المحلية؛ بهدف العمل على قاعدة الربط بين النظرية والتطبيق، والعمل على ربط محتواه بالمقررات الدّراسية الأخرى، كما أكد على ضرورة القيام بمزيد من الدرسات الخاصة بمقارنة مناهج الرّياضيات في ضوء متغيرات ومعايير عالمية مختلفة.

وقد اتفقت هذه الدّراسة بالمنهجية والأدوات والتوصيات مع دراسة سالم (2008) والتي هدفت للمقارنة بين منهاج الرّياضيات الفلسطينية والإسرائيلية للصفوف الأساسية الدنيا من الأول وحتى الرابع، في مجالات (الأهداف، والمحتوى، وطرائق التدريس، والثقافة التربوية المستخدمة، والأنشطة التربوية، وأساليب التقويم وأدواته)، وقد أضاف الباحث أداة الاستبانة، وقام باشتقاق عدة معايير مقترحة لتقويم المنهاج في ضوء تلك المجالات، وخلصت أبرز النتائج إلى أنّ عدد المعايير التي تحققت في الكتب الفلسطينية كانت أقل من الكتب الإسرائيلية، وبأنّها افتقرت إلى المواد التربوية

المساعدة، وإلى كثافة المناهج الفلسطينية وضعف ملاءمتها للفترة الزمنية اللازمة لأنّهاء المادة المقررة.

وفي حين اعتمدت بعض الدّراسات على مجالات مقترحة كمعايير للتقويم والمقارنة، فقد جاءت أُخرى لتعتمد على معايير ذات شهرة أوسع عالمياً، كمعايير (NCTM, 2000). فنجد دراسة سليمان (2012) قد هدفت لمقارنة كتاب الرّياضيات الفلسطيني للصف الثامن بنظيره الإسرائيلي في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى، كما وسعت لمعرفة مدى توفُّر تلك المعايير من وجهة نظر المعلّمين، واتّبعت لهذا الغرض المنهج الوصفي التّحليلي وأسلوب دراسات المقارنة، واستخدمت أداتين، الأولى عبارة عن جداول مقارنة بين الموضوعات الرّياضية المطروحة في كتب الرّياضيات المدرسية الفلسطينية والإسرائيلية للصف الثامن ، والثانية عبارة عن استبانة لاستطلاع آراء المعلّمين حول عدد الأمثلة والأسئلة الواجب توافرها في محتوى تلك الكتب، وخلصت إلى أنّ الاوزان النسبية للموضوعات المطروحة في الكتاب الفلسطيني تراوحت ما بين (6.8% – 44.9%)، وإلى وجود تفاوت بينها وبين الأوزان النسبية للكتاب الإسرائيلي، وإلى أنّ جميع معايير (NCTM) المرتبطة بمجالات المحتوى الخمسة قد نالت على درجة عالية من وجهة نظر المعلمين.

وفي سياق مشابه من حيث منهجية التّحليل وأُسلوب المقارنة واعتماد بطاقات التّحليل والمقابلة كأدوات للدراسة، إضافة للاعتماد على معايير (NCTM) كإطار للتحليل، جاءت دراسة الشريف (2013) لتقارن محتوى الكتب الفلسطينية مع نظيرتها الإسرائيلية، ولكنها تميزت عن الدّراسة السّابقة بإضافة معيارين من معايير العمليات، هما معياريّ التّمثيل والتّرابط الرياضييّن، وباعتمادها عينة من كتب الرّياضيات للصّفوف من السابع حتى التاسع، وقد خلصت أبرز نتائجها إلى:

(1) تفاوت الأوزان النسبية للموضوعات المطروحة في محتوى الكتب الفلسطينية والاسرائيلية.

(2)تفاوت النسب المئوية لمعيار التّمثيل الرّياضيّ، والتي جاءت ما بين (8.7% – 55.9%) في الكتب الفلسطينية، وما بين(8.5% – 63.7%) في الكتب الإسرائيلية، مع وجود فروق دالة إحصائيا بين تكرارات المعايير الفرعية للمعيار لصالح الكتب الإسرائيلية.

(3) تفاوت النسب المئوية لمعيار التّرابط الرّياضيّ، والتي جاءت ما بين ما بين (8.8% – 65.4%) في الكتب الفلسطينية، وما بين (8.8% – 54%) في الكتب الإسرائيلية، مع وجود فروق دالة إحصائيا بين تكرارات المعايير الفرعية لصالح الكتب الاسرائيلية.

أما استجابات المشرفين والذين تم اعتمادهم كعينة في أداة المقابلة، فاشارت إلى وجود ضعف واضح في محتوى الكتب الفلسطينية وتفوق نظيرتها الإسرائيلية عليها في مجالات المقارنة المستهدفة. وفي ضوء النّتائج أوصى الباحث بضرورة مراعاة واضعي المناهج الفلسطينية للأوزان في التّمثيل النسبي للمجالات الرّياضيّة في كتب الرّياضيات، والاهتمام بالتّرابط الأفقي والرأسي في عرض المحتوى خلال نفس الصّف الدّراسي، وعبر الصّفوف المتلاحقة.

وبنفس المنهجية وبالتزامن مع إصدار الطبعة الثانية المنقّحة من المناهج الفلسطينة الجديدة، ودخولها حيز التنفيذ، جاءت دراسة بدر(2020) بهدف تحليل ومقارنة المحتوى الهندسي للمناهج الفلسطينية والإسرائيلية للمرحلة من (6–8) في ضوء معايير(NCTM) للمحتوى، وقد اعدت الباحثة أداة للتحليل مكوّنة من بطاقتين، أحدهما لرصد تكرار تحقق كل معيار من المعايير الفرعية لكل من فقرات التقديم والتطبيق، والأخرى للحكم على درجة تحقق كل معيار من معايير الهندسة في المحتوى. وقد خلصت أبرز النتائج، إلى أنّ درجة تحقيق الكتب الفلسطينية لمعايير المحتوى

الهندسي الرئيسية قد تراوحت ما بين المعدومة والمتوسطة، وإلى تفوّق المحتوى الإسرائيلي في تقديم المعيار الأول، بينما جاءت المعايير الثلاثة الأخرى بدرجات متساوية، أما في فقرات التطبيق فكان هناك فروق في درجة تحقق المعيار الأول والثاني والرابع لصالح المحتوى الإسرائيلي، مع انعدام المعيار الثالث للمحتويين. وفي ضوء النتائج قدّمت الباحثة مجموعة من التوصيات، كان أبرزها، إعادة النظر في المناهج الفلسطينية وتطويرها بما يُحقق معايير (NCTM) للمحتوى الهندسي.

4:2:2 الدّراسات المتعلقة بالتّمثيلات الرّياضيّة المتعددة ونموذج ليش(Lesh)

يجد بعض الطّلبة أنّ للرياضيات عالماً تجريدياً يتضمن المفاهيم والخوارزميات والرموز دون اتصال بالعالم المحيط به، وللتغلب على ذلك يؤكد الباحثون ضرورة تدريس الرّياضيات كنظام موحد للمفاهيم والعمليات القائمة على أنماط وعلاقات معينة موجودة في العالم الحقيقي، وضرورة أن تهتم بذلك المناهج والكتب المدرسية، ويجادل العديد من الباحثين أنّ الاهتمام باستخدام التّمثيلات المناسبة قد يسهم في تحقيق ذلك، ويسعى آخرون للتأكيد على أنّ تمثيل المفهوم الرّياضيّ بطرق متعددة وتضمين التحولات المرنة داخل أنماط التّمثيلات المختلفة وفيما بينها، له أهمية حاسمة من حيث الوصول إلى استيعاب شامل للموضوعات الرّياضيّة وجدواها (NCTM, 2000) .

وبالتالي كان البحث في استخدام التّمثيلات موضوعًا مهمًا في تعلّم الرّياضيات، وقد أشارت الدّراسات التي ركزت على قدرات الطّلاب في استخدام التّمثيلات، إلى ضعف المعرفة والقدرة الكافية لديهم على اختيار التّمثيل المناسب والتحول من تمثيل إلى آخر، وبهذا الصدد جاءت دراسة يلوسو وانسكبي (Ulusoy & Incikabi, 2019) لتسلط الضوء على أساليب ومقترحات لاستخدام تمثيلات متعددة في تعلّم الكسور وتعلّمها، بهدف تعزيز قدرات الطّلبة المفاهيمية، وبناءً على هذه المقترحات،

قدّمت الدّراسة بعض الأنشطة لإشراك طلاب المدارس المتوسطة في تمثيلات متعددة للكسور، وقد ركزت أيضاً على أهمية دور المعلّم في تحديد الاستراتيجيات التّعليمية المناسبة لهذه الأنشطة، وذلك لتعزيز تواصل الطّلاب وتنمية التفكير النقدي لديهم، وبالتالي تحسين أدائهم الأكاديمي في الرّياضيات بصورة عامة والكسور بصورة خاصة.

وقد جاءت دراسات متعددة لتسليط الضوء على دور المعلّم والكتاب المدرسي بهذا الصدد، فنجد دراسة الخطيب (Alkhateeb, 2019) قد هدفت إلى تقصي أنواع التّمثيلات الرّياضية المتعددة ومدى المراوحة فيما بينها في كتاب الصف الثامن، وفقاً لنموذج ليش (Lesh)، ولتقصي مدى استخدام المعلّمين لهذه التّمثيلات أثناء التدريس، وقد استخدمت اسلوب تحليل المحتوى؛ لاستقصاء التّمثيلات ومدى المراوحة بينها في موضوع الجبر بشكل خاص، وطريقة الملاحظة لتحليل ممارسات خمسة معلمين في محافظة الزرقاء بالأُردن، وأظهرت النّتائج وجود تمثيل رمزي وتمثيل شفهي في الكتاب المدرسي وتنفيذ المعلّمين، بينما جاءت التّمثيلات الثلاثة الأخرى (الصّور والأشكال، والنماذج واليدويات، وسياقات الحياة) والمراوحة فيما بينها بمعدلات منخفضة. كما وكشفت الدّراسة عن الحاجة إلى تثقيف المعلّمين حول استخدام التّمثيلات المتعددة والمراوحة فيما بينها، وأوصت بتدريبهم على ذلك، كما أوصت بالعناية بمحتوى الكتب المدرسية لتشتمل على التمثيلات المتعددة والمراوحات بينها بصورة أكبر.

وفي سياق متصل من حيث دور المعلّم وموضوع التّعلّم، جاءت دراسة مونتينجارو وكوستا ولوبيس (Montenegro, Costa & Lopes, 2018) لدراسة تأثير استخدام التّمثيل البصري في تدريس وتعلّم الجبر، وذلك بتحليل المراوحات من وإلى التّمثيلات البصرية التي أجراها (18) طالبًا في

المهمات المصممة خصيصاً لهدف الدّراسة، وقد تم جمع البيانات من خلال التسجيلات الصوتية لعمل الطّلاب، اضافة إلى أداة الملاحظة لممارسة المعلّم، وقد أكدت النّتائج على أهمية التّمثيل المرئي (المعالجات البصرية) لأنّها تمنح الطّلاب إمكانيات متعددة لرؤية وفهم المهام والاستمرارية والمرونة في أنشطتهم، والقدرة على إجراء تحويلات بين التّمثيلات.

وقد جاءت نتائج وتوصيات الدراسات السابقة بانسجام تام مع دراسة هدفت إلى تقصي معرفة مدرسي الرّياضيات قبل الخدمة لبنية المعرفة الرّياضيّة، ومدى استخدامهم للتمثيلات المتعددة والمراوحة بينها، وذلك على عينة من (104) معلمين، وقد أظهرت النّتائج أنّ معلمي المدارس الأساسية والمتوسطة لديهم ضعف في استخدام المواقف الحياتية في التّعليم، وفي المراوحة بين التّمثيلات الجبرية والصّورية، وأوصت بضرورة تضمين المنهاج، وتزويد المعلّمين بمواضيع جبرية غنية بالمواقف الحياتية بصورة خاصة، واستخدام التّمثيلات الرّياضيّة المتعددة على نطاق واسع (you & Quinn, 2010).

وقد تعددت الدّراسات التجريبية وشبه التجريبية والتي أشارت نتائجها إلى أنّ التدريس باستخدام التّمثيلات المتعددة له أثر إيجابي كبير على الطّلبة بالمقارنة مع التدريس التقليدي، ومنها دراسة كاكيروجلود وآكوس (Akkus & Cakiroglu, 2009) والتي هدفت للتحقق من أثر استخدام التّمثيلات المتعددة للمعادلات الجبرية على أداء طلبة الصّف السابع في مدارس منطقة كانكايا الحكومية في تركيا، وتكونت العينة من المجموعة التّجريبية والتي تضم (13) طالبة و(15) طالب، والمجموعة الضابطة وتتكون من (13) طالبة و(16) طالب، وقد تكونت أداة الدّراسة من اختبار

تشخيصي قبلي في مادة الجبر، واختبار بعدي، لقياس مدى التحسن الحاصل إثر استخدام التدريس المبني على التّمثيلات المتعددة والمراوحة فيما بينها.

وفي دراسة حديثة أجراها هايدن وايدن (Hatice & Aydın, 2020) هدفت لتحديد تأثير التعلم القائم على التمثيلات المتعددة على التحصيل الدراسي، وعلى عينة من (33) دراسة تجريبية، تم اختيارها من عدة منشورات، خلصت النتائج إلى أنّ هناك علاقة متوسطة وإيجابية شاملة للتمثيل القائم على التمثيلات المتعددة والإنجاز الرياضي.

كما وظهرت العديد من الدّراسات التّجريبية العربية والعالمية، التي بحثت أثر استخدام التّمثيلات المتعددة على متغيرات مختلفة. ومنها دراسة جروسمان (Grossman, 2010) والتي بحثت في تقصي أثرها على تنمية التفكير في حلّ المسائل الرّياضيّة من جهة، وعلى دورها في بناء أُطر العمل التعاوني بين الطّلبة من جهة أُخرى، وذلك من خلال استخدام الجداول والرسوم البيانية، والتصويرية، والنماذج الملموسة، والمعادلات الجبرية، على عينة من (16) طالباً من الصّف الثامن موزعين على صفيّن، ومقسمين لمجموعتين تجريبية وضابطة، وتم استخدام اختبار تحصيلي بعدي للحصول على النّتائج، والتي خلصت إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التّجريبية التي طبقت التّمثيلات المتعددة.

وفي دراسة مشابه في المنهجية، هدفت لتقصي أثر استخدام التمثيلات المتعددة في تحصيل الطّلبة في موضوع الكسور الاعتيادية والعشرية، وتنمية ميولهم نحو الرّياضيات، وأُجريت على عينة من (83) طالبة بمدينة حجة اليمنية، وتكونت الأداة من اختبارين، الأول لقياس التحصيل والثاني للميول

نحو الرّياضيات، جاءت النّتائج منسجمة من سابقتها بجدوى استخدام التّمثيلات المتعددة في التدريس إضافة لأثرها الفعّال جدا في زيادة تحصيل الطّلاب وميولهم نحو الرّياضيات (المحرزي، 2016).

ومن الدّراسات العربية التي استخدمت نفس المنهجية نجد دراسة عبيدة (2016)، وقد هدفت إلى تقصي أثر استخدام التّمثيلات الرّياضيّة المتعددة على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية ومهارات حل المسائل الجبرية، وتكونت عينة الدّراسة من مجموعتين تجريبية (127) طالب وضابطة (131) طالب من المرحلة الأعدادية في محافظة المنوفية بمصر، تم اختيارهم بطريقة عشوائية، وتم تعريض المجموعتين لأدوات البحث باختبار قبلي، ثم تعريض طلاب المجموعة التّجريبية للتدريس باستخدام التمثيلات الرّياضيّة، في حين تم تعريض طلاب المجموعة الضابطة للتدريس وفق الطريقة المعتادة، وقد تمثلت أدوات الدّراسة في اختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار مهارات حل المسائل الجبرية، وقد أسفرت النّتائج عن وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التّجريبية.

كما وتعددت الدراسات التي استندت إلى نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها كإطار للتحليل والتطبيق، ومنها دراسة الرواجبة والعبيدي (2011) والتي هدفت للكشف عن أثر استخدام نموذج لِش (Lesh) للتمثيلات الرّياضيّة المتعددة في تحصيل الطّلبة، مقارنته مع طريقة التّدريس الاعتيادية، وعن مدى استيعاب الطلبة للمفاهيم من خلال تلك التّمثيلات، وذلك في موضوع حل المعادلات الخطية بمتغيرين، والتطبيقات العملية في المجسمات. وقد تمّ استخدام المنهج التجريبي على عينة من (104) من طلاب وطالبات الصّف الثامن في مدرستين بعمّان، تمّ توزيعهم عشوائياً على أربع مجموعات، مجموعتين تجريبيتين (ذكور، وإناث) درست باستخدام نموذج لِش،

ومجموعتين ضابطتين باستخدام الطريقة الاعتيادية، وقد أظهرت النّتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية تعزى لطريقة التدريس، ولصالح المجموعة التّجريبية (ذكور، وإناث)، وإلى عدم وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي تحصيل الطّلاب والطالبات يعزى للتفاعل بين طريقة التدريس والجنس. وفي ضوء هذه النّتائج أوصت الدّراسة بإجراء المزيد من البحوث حول جدوى تطبيق نموذج ليش(Lesh) على مراحل وصفوف دراسية مختلفة.

أمّا على نطاق محليّ، فقد جاءت دراسة كمية – كيفية أجراها رستم (2012) بهدف تحديد أنواع التّمثيلات الرّياضيّة المتعددة والمراوحة بينها في وحدة الجبر في كتاب الرّياضيات للصف السابع الفلسطيني ومقارنتها بالوضع المثالي طبقاً لنموذج ليش (Lesh) ، كما هدفت إلى تحديد التّمثيلات المتعددة والمراوحات بينها والتي يستخدمها معلمو الوحدة، ومقارنتها مع الوضع المثالي للنموذج، ومع التّمثيلات المتوفرة في وحدة الجبر، وقد استخدم الباحث أداة المشاهدة الصّفية لخمس حصص لكل معلم، على عينة من ثلاثة معلمين، اضافة لأداة تحليل المحتوى، وقد أظهرت النّتائج توافر مرتفع جداً لاستخدام الرموز المكتوبة والتّمثيل اللفظي (اللغة المحكية) في وحدة الجبر، بينما تبين أنّ التّمثيلات الثلاثة بالصّور، والمجسمات، والمواقف الحياتية، وجميع المراوحات بين التّمثيلات قد توفرّت بنسب منخفضة أو منخفضة جداً، كما أظهرت النّتائج أنّ استخدام المعلّمين لتمثيليّ الرموز المكتوبة واللغة المحكية جاء بشكل مرتفع جداً، بينما جاء بصورة منخفضة إلى منخفضة جداً فيما يخص استخدام بقية التّمثيلات والمراوحات فيما بينها. واستناداً لذلك أوصت الدّراسة جميع القائمين على وضع مناهج الرّياضيات، إلى العناية بتوفير تمثيلات ومراوحات بينها بشكل أفضل، ودعت إلى تدريب المعلّمين على استخدامها وتوظيفها بشكل فاعل في الحصص الصّفية.

وفي دراسة مشابهة أشارت نتائجها إلى جدوى نموذج ليش (Lesh) في التدريس، جاءت دراسة الجخلب (2019) والتي هدفت إلى تقصي أثره في تنمية المفاهيم الرّياضيّة ومهارات التّرابط الرّياضيّ، وذلك باستخدام المنهج شبه التجريبي على مجموعتين تجريبية وضابطة مع تنفيذ اختبار قبلي وبعدي، على عينة من (70) طالبة من طالبات الصّف الرابع بخانيونس، وجاءت النّتائج لصالح المجموعة التّجريبية في اختبار مهارات التّرابط الرّياضيّ البعدي، وفي اختبار المفاهيم البعدي، وعليه أوصت بتدريب المعلّمين على تطبيق نموذج ليش، وبإثراء كتب الرّياضيات للمرحلة الأساسية بالأنشطة التي توظف التّمثيلات المتعددة.

وبانسجام تام مع التوصيات بضرورة توظيف التّمثيلات الرّياضيّة المتعددة في التّعليم، نجد دراسة (عثمان، 2017) قد سعت للكشف عن أثرها في تنمية مهارات التفكير التأملي والاحتفاظ بها لدى طلاب الصّف الثامن الأساسي بغزة، وذلك من خلال البحث التجريبي على عينة من (72) طالباً من طلاب الصّف الثامن بمدرسة ذكور جباليا، حيث جرى اختيار صفين بطريقة عشوائية، وتم تعيين أحدهما عشوائياً كمجموعة تجريبية تدرس باستخدام التّمثيلات الرّياضيّة المتعددة في وحدة الهندسة، وتمثلت أداة الدّراسة باختبار لقياس مهارات التفكير التأملي قام الباحث بإعدادها لقياس تكافؤ المجموعتين قبل تطبيق التجربة، ولمعرفة وجود فروق بين المجموعتين التّجريبية والضابطة بعد انتهاء التجربة. وقد خلصت النّتائج إلى وجدود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التّجريبية في اختبار التفكير التأملي البعدي وفي اختبار التفكير التأملي البعدي المؤجل، وبالتالي جدوى وفعالية التّعليم باستخدام التّمثيلات المتعددة في التعلّم والاحتفاظ بأثره، وعليه أوصت بضرورة توظيفها في التّعليم وبناء المناهج.

5:2:2 تعقيب عام على الدّراسات السّابقة

في ضوء الدّراسات السّابقة، وجدت الباحثة أنّه من المفيد الاطلاع على الخبرات العالمية، والتي يمكن الاسترشاد بها عند وضع تصور لعمليات التخطيط والتطوير والتصميم والتّحليل والتقويم للمناهج، بما يتماشى مع الواقع المحلي ومتطلباته. وقد لاحظت اهتمام العديد من الدّراسات الفلسطينية بمعايير (NCTM)، إلاّ أنّ غالبية الدّراسات المحلية قد ركزت على معايير المحتوى، وخصوصاً الحديثة منها، وأنّ معايير العمليات لم تنل قدرًا كافيًا من الاهتمام، وخصوصاً في محتوى الهندسة وفي الكتب الفلسطينية الجديدة والمعمول بها منذ العام 2016. ووجدت نقصاً في الدّراسات الخاصة بمقارنة الكتب الفلسطينية بكتب دول أكثر تطوراً وأكثر تفوقاً في الاختبارات والتصنيفات الدّولية، حيث اقتصرت دراسات المقارنة القليلة على المناهج (الإسرائيلية)، باستثناءات قليلة تقارن المنهج الفلسطيني القديم ببعض المناهج العربية، وبهذا تعززت رؤية الباحثة بضرورة القيام بالدّراسة الحالية.

كما واستفادت من تلك الدّراسات لتكوين صورة عن العينات والأدوات والإجراءات المتبعة فيها، مما ساعدها في تحديد أيها أكثر ملائمة وانسجاماً مع دراستها، وفي اشتقاق بعض المؤشرات الفرعية الخاصة بأداة تحليل المحتوى بحسب معيار (NCTM) للتمثيل الرّياضيّ، وفي تطوير أداة نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرّياضيّة المتعددة، ورصد المراوحات فيما بينها. كما واستفادت منها بتكوين صورة واضحة عن الأسلوب الأنسب للمعالجة الإحصائية، والحكم على النتائج.

وفي ضوء مراجعتها، وجدت أنّه وفي حين حظي موضوع التّمثيلات المتعددة على اهتمام العديد الدّراسات الفلسطينية السابقة، الاّ أنّ التّمثيلات المتضمنة بكتب الرّياضيات المدرسية الجديدة

والصادرة منذ العام 2016، لم تنل قدرًا وتركيزاً وتخصصاً كافيًا، مما عزز رؤيتها بضرورة هذه الدّراسة في الوقت الحالي.

كما لاحظت أنّ للتمثيلات الرّياضيّة المتعددة للمفهوم أو الفكرة الرّياضيّة أثر كبير في تحقيق فهم أفضل وأعمق وأطول أثرا عند الطّلبة، من خلال تنظيم الأفكار الرّياضيّة وجعلها أكثر حسية، وربط مواضيع الرّياضيات ببعضها من خلال إدراك العناصر المشتركة بين التّمثيلات المختلفة لنفس الموقف أو المسألة، إضافة لأثرها على تحفيز الطّلبة على التّحليل والتركيب كمهارات التفكير العليا ودورها في إتاحة الفرص للطلبة للتعبير عن أفكارهم بطرق متعددة، وتطويرها ونقلها إلى مواقف جديدة، وبالتالي فقد عززت مراجعة الأدبيات رغبة وإصرار الباحثة في إجراء هذه الدّراسة لأهميتها.

الفصل الثالث: منهجية الدّراسة وإجراءاتها

يستعرض هذا الفصل الإجراءات التي تمّ اتباعها لتحقيق هدف الدّراسة، وهو تقصي مدى تضمين التّمثيلات الرّياضيّة في محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من(6–8) وفي كتب كامبردج البريطانية المناظرة، في ضوء معايير (NCTM) ونموذج ليش(Lesh) سعياً للمقارنه بينهما. ويتناول الفصل المنهجية المتبعة، إضافة إلى توضيح سياق الدراسة وأداواتها، وإجراءات صدق وثبات الأدوات، إجراءات عملية التحليل وكيفية المعالجة الإحصائية للبيانات.

1:3 منهجية الدّراسة

نظراً لطبيعة الدراسة، وسعياً لتحقيق أهدافها، والإجابة عن أسئلتها، تم استخدام المنهج النوعي وتحديداً المنهج الوصفي، وذلك باتباع أُسلوب تحليل المحتوى، كونه بحسب كرسول(Creswell, 2015) يقدم وصفاً عميقاً حول موضوع معين. إضافة الى أُسلوب دراسات المقارنة، وهو أحد أساليب المنهج الوصفي، الذي يعرّف بأنّه طريقة بحث موضوعية مرتبطة بظاهرة معاصرة، ومن أنواعه تحليل المحتوى، وهو أسلوب يستخدم للوصول إلى وصف كمي هادف ودقيق ومنظم لمحتوى معين (العساف، 2012).

وقد تم جمع البيانات للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6– 8) من خلال دراسة شاملة لجميع الأمثلة والأنشطة والتمارين الواردة في المحتوى الهندسي لكلّ منهما. ثم تحليل وتفسير البيانات وعرض النتائج، ثم المقارنة بينها باسلوب دراسات المقارنة، والتي تعرّف بأنها "دراسة للمناهج العالمية فى الدول المختلفة ذات التجارب الرائدة فى بناء مناهجها وتطويرها، وإدارتها عن طريق: تحديد طبيعة هذه المناهج وأوجه التشابه، والاختلاف بينها، والإيجابيات والسلبيات فيها، في

ضوء محكات للمقارنة، أو أطر التحليل المقارن؛ سعياً لتحديد أوجه الاستفادة من هذه النماذج الدولية فى تطوير المناهج التعليمية المحلية" (النحاس والعدوى، 2017).

2:3 سياق الدّراسة

اعتمدت الدراسة كمصدر رئيسي لجمع البيانات على:

1) كتب الرّياضيات الفلسطينية الصادرة عن وزارة التربية والتعليم الفلسطينية والمطبقة منذ العام الدراسي 2017/ 2018. وقد تم اعتماد المحتوى الهندسي في كتب المرحلة المتوسطة العليا من الصف السادس حتى الثامن بطبعتها الثانية والمعمول بها في المدارس الحكومية ومدارس الوكالة وعدد من المدارس الخاصة وعدد من المدارس التابعة للمعارف الإسرائيلية، في العام الدراسي 2019/ 2020، ويأتي كلّ منها بجزأين، يحتوى كلّ منهما على وحدة خاصة بالهندسة، أو بالهندسة والقياس معاً، وقد تم اعتماد المحتوى الهندسي دون القياس في هذه الدراسة، ويتضمن ملحق رقم (1) وصفاً تفصيلياً له، كما يمكن الحصول على نسخة إلكترونية منها على الرابط التالي:

http://rawafed.edu.ps/portal/elearning/curricula/part2-2019.html

2) كتب كامبردج البريطانية الصادرة من مطبعة جامعة اكسفورد عام 2014، وتحديدًا كتاب الطالب ضمن سلسلة (Essential Mathmatics for Cambridge secondary 1). وقد تم اعتماد جميع المحتوى الهندسي في كتاب الطالب المخصص لكلّ صف للمرحلة من السادس حتى الثامن، بواقع ثلاثة كتب، تأتي وحدات الهندسة فيها محددة ومنفصلة عن وحدات القياس، بواقع ثلاث وحدات للصف السادس، وثلاث وحدات للصف السابع، وأربع

وحدات للصف الثامن ويتضمن ملحق رقم (1) وصفاً تفصيلياً لكلّ منها، كما ويمكن الحصول على نسختها الكترونية من خلال الرابط التالي:

https://www.ebooks.com/en-us/book/2249115/essential-mathematics-for-cambridge-secondary-1-stage-8/sue-pemberton/

3:3 أدوات الدارسة

لتحقيق أهداف الدراسة والإجابة عن أسئلتها تم اعتماد أداة تحليل محتوى خاصة بمعيار التمثيل الرّياضيّ بحسب (NCTM)، وأداة تحليل محتوى خاصة بنموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرّياضيّة المتعددة والمراوحة بينها. وفيما يلي وصفاً لكلّ منهما:

1:3:3 أداة تحليل المحتوى الخاصة بمعيار التمثيل الرّياضيّ (NCTM)

تمّ تطوير أداة الدراسة الخاصة بتقصى مدى تضمين المحتوى الهندسي لمعيار التمثيل الرّياضيّ بحسب معايير المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات (NCTM)، وذلك بعد الحصول على ملخص لوثيقة المعايير الصادرة عن المجلس من موقعهم الإلكتروني الرسمي nctm.org، والتي أشارت إلى أنّ التمثيل الرّياضيّ يشتمل على تعزيز قدرة الطالب على التفسير والبناء والاتصال بفعالية، ولضرورة استخدام التمثيلات البصرية والمادية والتي تعمل بدورها على رفع كفاءة الطلبة في حلّ المسائل والتفكير الرّياضيّ، ودعت الوثيقة إلى تمكين الطلبة من أشكال مختلفة من التمثيل، وإظهار المرونة في الترجمة عبر التمثيلات المختلفة. وقد جاءت المؤشرات الرئيسية لمعيار التمثيلات الرّياضيّة بحسب الوثيقة للحث على ضرورة تحقيق الأهداف التالية:

- بناء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضيّة
- اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرّياضيّة
- استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضيّة.

وعليه فقد تم اعتبار هذه الأهداف الثلاثة بمثابة المعايير الرئيسية لبطاقة التحليل. ولاستخلاص المؤشرات الفرعية تمت مراجعة الأدبيات الخاصة بالتمثيلات الرّياضيّة والنمذجة إضافة إلى الأدبيات المتعلقة بمعيار التمثيل الرّياضيّ بحسب ما ورد في معايير المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات (NCTM) والتي ذكرت مسبقاً ضمن الدراسات السابقة، وبعض الدراسات الأُخرى غير المذكورة فيه، وهي جيرمين وكاثري (Germain-McCarthy, 2013)، الحشاش (2004)، الدويري والقضاة (2006)، الرواحي (2008)، الأحمدي (2015)، الدراس (2016)، سيلنج (Selling, 2016). كما تمّت مراجعة معايير مجالات المحتوى التي حددها المجلس القومي (NCTM) لمجال الهندسة للصفوف من (6- 8). وتأسيسا على ما سبق تكونت أداة التحليل لمعيار التمثيل الرّياضيّ بحسب وثيقة (NCTM). والتي تظهر في ملحق رقم(3) وقد تضمنت بطاقتين:

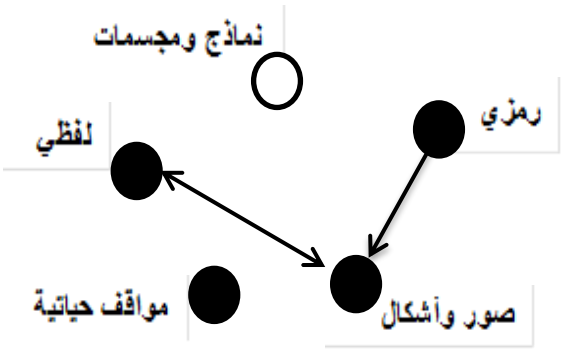
- البطاقة الأولى والمخصصة لتحليل فقرات التقديم(الأمثلة والشرح والأنشطة).
- البطاقة الثانية والمخصصة لتحليل فقرات التطبيق(الأسئلة والتمارين).

2:3:3 أداة التحليل الخاصة بنموذج ليش(Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها

لتقصي مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينة وكتب كامبردج البريطانية للصفوف من (6- 8) للتمثيلات الرّياضيّة والمراوحات فيما بينها بحسب نموذج ليش (Lesh)، تمّ الرجوع للنموذج وتحديد كلّ نوع من التمثيلات الخمسة التي جاءت فيه وهي: التمثيل اللفظي،

والتمثيل الرمزي، والتمثيل بالنماذج والمجسمات، والتمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل بالصور والأشكال. ثم أُعدّت أداة التحليل بالاستعانة بالنموذج نفسه، وبأدوات التّحليل الموجودة في الدّراسات السّابقة. وقد جاءت على صورة جدول كُتب أعلاه الصّف ونوع الكتاب(فلسطيني/كامبردج بريطاني) واسم الوحدة قيد التحليل، وظهر فيه اسم الدرس ورقمه ورقم الفقرة المراد تحليليها ووصفها والصفحة ثم خانة خاصة بتفريغ التحليل في ضوء التمثيلات والمراوحات المتضمنة فيها.

ولتسهيل التفريغ تم الاستعانة بفكرة رستم (2012)، حيث تمّ وضع الرمز ○ ليدل على نوع التمثيل، ووضع الرمز ● ليدل على أنّ التمثيل متوفر في الفقرة المحللة، أمّا بالنسبة للمراوحة بين التمثيلات، فوضعت إشارة ⟵ في حال وجود مراوحة من تمثيل الى آخر، وإشارة ⟷ عند وجود مراوحة بين تمثيلين ، فعلى سبيل المثال، انظر الشكل (3-1)



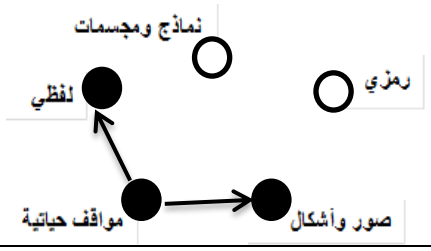
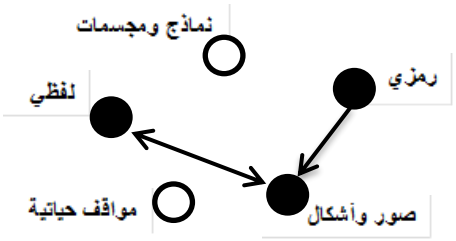
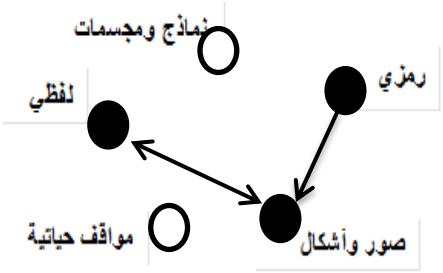
الشكل (3-1): توضيح مفهوم الإشارات في أداة تحليل نموذج ليش(Lesh)

الشكل السابق يعني أنّ الفقرة المحللة تحتوي على أربعة تمثيلات وهي التمثيل الرمزي، والتمثيل بالصور، والتمثيل اللفظي، والتمثيل بالمواقف الحياتية، بينما لم تحتوي على تمثيل بالنماذج أو المجسمات. أما المراوحة بين التمثيلات فكانت من التمثيل الرمزي للتمثيل بالصور والأشكال، وبين اللفظي والصور والأشكال، بمعنى أنّ الفقرة تضمنت الانتقال بينهما (من اللفظي للصور والأشكال،

ومن الصور والأشكال إلى اللفظي). وقد تمّ الفصل بين فقرات التقديم والتطبيق، وفيما يلي يُظهر الجدول (3–1) عينة من نموذج التحليل لأحد دروس الصف الثامن من كتاب كامبردج البريطاني.

جدول (3–1)

جزء من نموذج تحليل أحد الدروس بحسب نموذج ليش(Lesh)

اسم الدرس	رقم الفقرة	وصف الفقرة	التمثيلات والمراوحة بينها
9.1 Three dimensions (ثلاثيات الأبعاد)	1	مخططات المباني، مثال رسم مهندس معماري لمخطط منزل. ص107	
	2	المخططات والمساقط: رسم لشكل ثلاثي الأبعاد وتوضيح مساقطه الجانبية، والمسقط الأمامي والرأسي بالرسم بالمقياس الحقيقي المعطى (2سم). ص108	
	3	الرسم المنظوري (رسم المجسمات) على ورق خاص (isometric papers) ص 109	

4:3 صدق أدوات الدراسة:

تم اعتماد صدق المحكمين، حيث تم عرض الأدوات بصورتها الأولية على مجموعة من خمسة محكمين من ذوي الخبرة والكفاءة في الميدان التربوي والمناهج وتعليم الرّياضيات، انظر ملحق رقم (5). وذلك بهدف الأخذ برأيهم حول كون أدوات الدراسة تحقق الهدف الذي أُعدّت من أجله.

حيث عرضت عليهم الأداة الأولى الخاصة بالتحليل بحسب معيار (NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة، للوقوف على مدى صحة ترجمة المعايير الرئيسية ومدى أهمية ودقة وملائمة المؤشرات الفرعية الخاصة بها، ومدى ارتباطها بهدف الدراسة، إضافة لسلامة صياغتها اللغوية، وفي ضوء ذلك تم الأخذ بملاحظاتهم واقتراحاتهم بخصوص حذف أو تعديل أو تقسيم للفقرات المركبة، ومن ثم بناء الأداة بشكلها شبه النهائي والمكونة من بطاقتين أحدهما لفقرات التحليل والأُخرى لفقرات التقديم. وإرسالها لهم مجدداً للمصادقة عليها واعتمادها بالشكل النهائي.

أمّا فيما يخص صدق أداة التحليل الخاصة بنموذج ليش(Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحة بينها، فقد عُرض عليهم جدول التفريغ مرفقاً بنموذج تحليل تفريغ التمثيلات والمراوحات بينها لكتاب الصف السابع، وتم الأخذ ملاحظاتهم وتوجيهاتهم قبل المضي قدما في عملية التحليل لبقية الكتب.

5:3 ثبات أدوات الدراسة

للتحقق من الثبات تم اعتماد التحليل عبر الزمن، والتحليل عبر الأفراد لكلّ أداة كما يلي:

1:5:3 ثبات أداة التحليل بحسب معيار (NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة

أولاً: الثبات عبر الأفراد: قامت الباحثة بتحليل المحتوى الهندسي المتضمن في كتاب الصف الثامن الفلسطيني، واستعانت بباحثة في مجال تعليم الرّياضيات في تحليل نفس المحتوى، وذلك لكلّ من بطاقتي التقديم والتطبيق، وتمّ حساب نسبة الثبات بحسب معادلة كوبر (Cooper, 1984) كما يلي:

$$\text{معادلة كوبر لنسبة الثبات المئوية} = \frac{\text{عدد مرات الاتفاق}}{\text{عدد مرات الاختلاف} + \text{عدد مرات الاتفاق}} \times 100$$

جدول رقم (3-2)

الثبات عبر الأفراد لأداة التحليل بحسب معيار(NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة

عينة التحليل	البطاقة الأولى(التقديم)			البطاقة الثانية(التطبيق)		
	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات
الصف الثامن بحسب المنهاج الفلسطيني	280	27	%90.4	123	22	%82.1
نسبة الثبات الكلّي للأداة بفقرات تقديمها وتطبيقها	%87.8					

يلاحظ من الجدول(3-2) أنّ نسبة الثبات الكلّي (87.8%) وهي مرتفعة ومناسبة لأغراض الدراسة.

ثانياً: الثبات عبر الزمن: تم تحليل المحتوى الهندسي لكتاب الصف السادس الفلسطيني، ولكتابيّ الصف السادس والسابع البريطاني(كامبردج) ، ثم إعادة التحليل بفارق زمني بحدود الشهر، وتم احتساب الثبات بحسب معادلة كوبر (Cooper, 1984) فجاءت النتائج كما في الجدول رقم(3).

جدول رقم (3-3)

الثبات عبر الزمن لأداة التحليل بحسب معيار(NCTM) للتمثيلات الرّياضيّة

عينة التحليل	البطاقة الأولى(التقديم)			البطاقة الثانية(التطبيق)			نسبة الثبات الكلّي للأداة
	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	
المحتوى الهندسي في كتاب الصف السادس الفلسطيني	250	33	86.8 %	76	12	84.2 %	**%86.2**
المحتوى الهندسي في كتاب كامبردج البريطاني للصف السادس.	228	34	%87	311	51	85.9 %	**%86.4**
المحتوى الهندسي في كتاب كامبردج البريطاني للصف السابع	161	23	87.5 %	260	31	89.3 %	**%88.6**

يلاحظ من الجدول رقم (3-3) أنّ نسب الثبات الكلّي للكتب الثلاثة تراوحت بين(86.2% - 88.6%) وهي قيم مرتفعة وتعطي مؤشراً جيداً حول التحليل.

2:5:3 ثبات أداة التحليل بحسب نموذج (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها

أولاً: الثبات عبر الأفراد: قامت الباحثة بتحليل محتوى الهندسة في كلّ من كتابيّ الصف السابع والثامن الفلسطينيين، ثم استعانت بباحثتين في الميدان بهدف التحقق من الثبات، وبعد توضيح نموذج التحليل وأُسلوب رصد التمثيلات والمراوحات فيما بينها لكلّ منهما، قامت الباحثة الأولى وهي طالبة ماجستير ومعلّمة رياضيات بالتحليل للصف الثامن الفلسطيني، وقامت الباحثة الثانية وهي معلّمة رياضيات حاصلة على درجة الماجستير بالتحليل للصف السابع الفلسطيني، وتمّ مقارنة النتائج وحساب نسبة الثبات بحسب معادلة كوبر، وجاءت النتائج كما في الجدول رقم(4).

جدول رقم(3-4)

الثبات عبر الأفراد لأداة التحليل بحسب نموذج (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها

مجال وعينة التحليل	(فقرات التقديم)			(فقرات التطبيق)			نسبة الثبات الكلّي
	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	
التمثيلات في المحتوى الهندسي في كتاب الصف السابع الفلسطيني	45	3	%93.8	50	6	%89.3	**%92**
المراوحات في المحتوى الهندسي في كتاب الصف السابع الفلسطيني	150	11	%93.1	67	10	%87	**%91.2**
التمثيلات في المحتوى الهندسي في كتاب الصف الثامن الفلسطيني	39	2	%95.1	36	5	%87.8	**%91.5**
المراوحات في المحتوى الهندسي في كتاب الصف الثامن الفلسطيني.	252	7	%97.2	183	10	%94.8	**%94.2**

يلاحظ من الجدول رقم (3–4) أن نسبة الثبات لكلّ كتاب جاءت مقبولة في مجال البحث التربوي، وأنّ نسبة الثبات الكلّي لكلا الكتابين قد تراوحت بين (91.2% – 93.3%) وهي قيم مرتفعة.

ثانياً: الثبات عبر الزمن: تم تحليل المحتوى الهندسي لجميع كتب الرّياضيات الفلسطينية عينة الدراسة، وللمحتوى الهندسي في كتابيّ السابع والثامن البريطاني (كامبردج). ثم إعادة التحليل بفارق زمني بحدود الشهر، وتم احتساب الثبات بحسب معادلة كوبر، فجاءت النتائج كما في الجدول رقم (5).

جدول رقم (3–5)

الثبات عبر الزمن لأداة التحليل بحسب نموذج (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها

مجال وعينة التحليل	(فقرات التقديم)			(فقرات التطبيق)			نسبة الثبات الكلّي
	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	نسبة الثبات	
التمثيلات /السادس الفلسطيني	49	6	%89.1	36	3	%92.3	**%90.4**
المراوحات /السادس الفلسطيني	138	22	%86.3	66	11	%85.7	**%86.1**
التمثيلات / السابع الفلسطيني	48	0	%100	53	3	%94.4	**%97.1**
المراوحات / السابع الفلسطيني	146	15	%90.7	64	13	%83.1	**%88.2**
التمثيلات /الثامن الفلسطيني	41	0	%100	38	3	%92	**%96.3**
المراوحات / الثامن الفلسطيني.	259	11	%95.8	122	3	%97.6	**%96.4**
التمثيلات/ سابع كامبردج البريطاني	40	3	%93	72	7	%91.1	**%91.8**
المراوحات/ سابع كامبردج البريطاني	109	11	%90.8	183	10	%94.8	**%93.3**
التمثيلات/ ثامن كامبردج البريطاني	56	4	%93.3	139	13	91.4	**%92**
المراوحات/ ثامن كامبردج البريطاني	219	17	%92.8	491	22	%95.7	**%94.8**

يلاحظ من الجدول رقم (3–5) أنّ نسبة الثبات جاءت مرتفعة بحيث تعطي مؤشراً جيداً حول ثبات التحليل عبر الزمن، وذلك لكلّ من التمثيلات والمراوحات بينها، ولفقرات التقديم والتطبيق على حد سواء، حيث أنّ نسبة الثبات الكلّيّ قد تراوحت بين (86.1%– 97.1%).

6:3 إجراءات عملية تحليل البيانات

تهدف الدراسة إلى تحليل المحتوى الهندسي في ضوء محورين رئيسيين هما معيار التمثيل الرياضي بحسب (NCTM)، والتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها بحسب نموذج ليش(Lesh)، وذلك لكتب المرحلة من الصف السادس حتى الثامن لكلّ من المنهج الفلسطيني ومنهج كامبردج البريطاني، بغية المقارنة بينهما، ولتحقيق ذلك تم تصميم أداة تحليل خاصة بكلّ محور، ولكنه ورغم وجود أداتين إلاّ أنّه قد تمّ اتباع بعض الخطوات الإجرائية المتشابهة في تحليل البيانات لكليهما كالآتي:

1) تحديد الموضوعات والدروس التي جاءت في المحتوى الهندسي للكتب المستهدفة، وقراءتها بتمعن، ثم اعتماد الفقرة كوحدة للتسجيل، علماً بأنّ وحدة التسجيل هي أصغر جزء في المحتوى المراد تحليله، والتي يتم إخضاعها للعدّ والقياس، ويعتبر غيابه أو ظهوره ذو دلالة في نتائج الدراسة، وقد تحددت تبعاً لطبيعة عرض المادة في الكتاب كما يلي:

- الكتب الفلسطينية: يتم تقديم موضوع الدرس على صورة مجموعة من الأنشطة المتسلسة، قد يتبع بعضها فقرات مثل أتعلم أو أتذكر أو أُفكر (التقديم)، ويلي الأنشطة في نهاية كلّ درس التمارين والمسائل، وفي نهاية الوحدة التمارين العامة، ومشروع مقترح (التطبيق). وعليه فقد تمّ اعتبار كلّ نشاط مع ما يحتويه من صور ومخططات

وما يليه من فقرة أتعلم، وكلّ سؤال من التمارين نهاية الدرس، أو من التمارين العامة في نهاية الوحدة هو فقرة تحليل بحد ذاته.

- كتب كامبردج البريطانية: يتم تقديم موضوع الدرس بشكل مختصر يليه تقديم أمثلة محلولة فيها شرح وتوضح للموضوع (التقديم)، ثم في نهاية الدرس نجد تمارين، وفي نهاية كلّ وحدة يوجد تمارين مراجعة(Review). كما ويضم كتاب الصف الثامن مجموعة من الأسئلة كنموذج اختبار للطالب في نهاية الوحدة تحت اسم (Examination-style questions). وعليه فقد تم اعتبار التقديم المبسط للدرس هو بحد ذاته فقرة، وكذلك كلّ مثال، وكلّ سؤال سواء في نهاية الدرس أو في المراجعة أو نموذج الاختبار، هو فقرة تحليل بحد ذاته.

وقد تم التعامل مع المحتوى الهندسي لكلّ صف على حدة، وإعداد بطاقتيّ تحليل له، بطاقة خاصة بفقرات التقديم وبطاقة خاصة بفقرات التطبيق.

2) القيام بعملية التحليل والذي اختلف تبعاً لطبيعة الأداة المستخدمة:

- في أداة التحليل الخاصة بمعيار (NCTM) للتمثيلات الرياضية: تمّ استخدام البطاقة الأولى لفقرات التقديم، والبطاقة الثانية لفقرات التطبيق، حيث تمّ قراءة كلّ فقرة بدقة وتمعن، ووضع إشارة (/) في المكان المخصص بجانب كلّ معيار فرعي في حال تحققه. وتظهر البطاقتين في ملحق رقم (3)
- في أداة التحليل الخاصة بنموذج (Lesh) للتمثيلات الرياضية المتعددة، تمّ اعتماد نموذج خاص لرصد التمثيلات والمراوحات فيما بينها، والموضّح مسبقاً في

القسم(2:3:3) في أدوات الدراسة. من ثم تمّ تصميم جدولين لتنظيم النتائج، يظهران في ملحق رقم (4)، الأول لتفريغ التمثيلات الخمسة على صورة تكرارات، بحيث تمّ وضع إشارة (//) في المكان المخصص أمام التمثيل في حال توافره في الفقرة، ولكلّ من مجال التطبيق ومجال التقديم. والثاني لتفريغ المراوحات المختلفة بين التمثيلات، حيث تمّ تقسيم المراوحات إلى عشرين مراوحة تأتي ضمن خمس مجموعات، وُضِعت كلّ مجموعة منها بلون .

فعلى سبيل المثال مراوحات المجموعة الأولى هي من التمثيل اللفظي إلى التمثيلات الأُخرى كالاتي: من التمثيل اللفظي إلى الرمزي، من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالصور والأشكال، ومن التمثيل اللفظي إلى النماذج أو المجسمات، ومن التمثيل اللفظي إلى المواقف الحياتية، وهكذا. ثم تم تسجيل إشارة (//) أمام كلّ مراوحة في حال تحققها، وذلك لكلّ من فقرات مجال التقديم ومجال التطبيق على حد سواء.

3) تفريغ نتائج التحليل لكلّ أداة بجداول خاصة، تمهيداً لمعالجة البيانات، وقد حصلت الباحثة على (12) جدول تفريغ لأداة (NCTM)، بواقع (6) للبطاقة الأولى (التقديم) و (6) للبطاقة الثانية (التطبيق). كما وحصلت على (24) جدول تفريغ لأداة نموذج ليش، بواقع (12) لتفريغ التمثيلات (لفقرات التطبيق والتقديم)، و(12) لتفريغ المراوحات بين التمثيلات، وذلك للمحتوى الهندسي لكلّ صف ولكلّ كتاب على حدة (فلسطيني/ كامبردج بريطاني).

3: 7 تحليل البيانات

1:7:3 تحليل البيانات لأداة التحليل الخاصة بمعيار(NCTM) للتمثيلات الرياضية

تمّ الاعتماد على التكرارات في الحكم على مدى تحقق المؤشرات الفرعية ، والتي بدروها استُخدمت للحكم على تحقق المعيار الرئيسي ، وذلك لكلّ من بطاقة التحليل الأولى والخاصة بفقرات التقديم وبطاقة التحليل الثانية والخاصة بفقرات التطبيق.

وقامت الباحثة باستخدام أُسلوب المومني (2008) في معالجة البيانات، وذلك بعد عرضه ومناقشته مع محكمي أدوات الدراسة، وموافقتهم على استخدامه للحكم على مدى تحقق كلّ مؤشر فرعي، وذلك بإعطاءه درجة مناسبة من (0–3)، تمّ تحديدها من خلال قسمة تكرارته على مجموع التكرارات الكلّي لجميع المؤشرات الفرعية، ومن ثم الحكم على النتيجة بالمعيار التالي:

- أقل من أو يساوي 0.33 : درجة التحقق ضعيفة والوزن (1)
- أكبر من 0.33 وأقل من أو يساوي 0.66 : درجة التحقق متوسطة بوزن (2)
- أكبر من 0.66 : درجة التحقق عالية بوزن (3)
- في حال انعدام التكرار تكون درجة التحقق معدوم بوزن (0)

ومن الجدير بالذكر أنّ الأسلوب السابق تمّ تطبيقه على جميع المؤشرات الفرعية باستثناء المؤشرين الفرعيين 1، 6 من البطاقة الأولى الخاصة بالتقديم.

- المؤشر الفرعي(1): (تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أوالقوانين الهندسية)، حيث تمّ الحصول على درجة تحققه من خلال قسمة تكراراته على

عدد القواعد أو القوانين المطروحة في المحتوى الهندسي للكتاب، ومن ثم تحديد درجته من(0–3) باستخدام المعيار السابق كبقية المؤشرات.

- المؤشر الفرعي(6): (يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة)، حيث تمّ الحصول على درجة تحققه بقسمه تكراراته على عدد المفاهيم المطروحة في الكتاب، ومن ثم تحديد درجته من(0–3) باستخدام المعيار السابق كبقية المؤشرات.

وأخيراً، ولاحتساب معدل تحقق كلّ معيار رئيسي ، تمّ قسمة مجموع العلامات التى حصلنا عليها من مؤشراته الفرعية، على مجموع القيم العظمى لتلك المؤشرات. ومن ثم الحكم عليه كما يلي:

- إذا كانت النتيجة أقل من أو يساوي 0.33 فإن درجة تحقق المعيار الرئيسي ضعيفة
- إذا كانت النتيجة أكبر من 0.33 وأقل من أو يساوي 0.66 فإن درجة التحقق متوسطة
- إذا كانت النتيجة أكبر من 0.66 فإن درجة التحقق مرتفعة.

1:7:3 تحليل البيانات لأداة التحليل الخاصة بنموذج ليش(Lesh) للتمثيلات الرياضية والمراوحات بينها

أعدت الباحثة جدول لتفريغ وتنظيم البيانات يشمل تكرارات التمثيلات الخمسة وذلك في كلّ من فقرات التقديم وفقرات التطبيق، ثم تمّ احتساب النسبة المئوية لكلّ تمثيل منها في كلّ مجال، ومن ثم للمجالين معاً.

كما وأعدت الباحثة جدولاً آخراً لتفريغ المراوحات بين التمثيلات، وتمّ احتساب النسبة المئوية لكلّ مراوحة على حدة، وذلك بقسمة تكرارها على مجموع عدد فقرات التحليل، ولكلّ مجال (التقديم/ التطبيق) على حدة، ثم للمجالين معاً، أي للمحتوى الهندسي للكتاب كاملاً. وللحكم على النتائج تمّ

اعتماد المعايير الآتية بحسب رستم (2012)، وذلك بعد عرضها على محكمي أدوات الدراسة، وموافقتهم على ملاءمتها للحكم وهي:

- إذا كانت نسبة التحقق 0% فهو معدوم
- أقل من 20% : ضعيف جداً
- من20% إلى أقل من 40% : ضعيف
- من 40% إلى أقل من 60% : متوسط
- من 60% إلى أقل من 80% : مرتفع
- أكثر من 80% مرتفع جداً

8:3 ملخص إجراءات الدراسة

لتحقيق هدف الدراسة والإجابة عن أسئلتها تمّ القيام بالخطوات الإجرائية التالية:

1) مراجعة الأدب التربوي والدّراسات السّابقة الأجنبية والعربية والمحلية المتعلقة بصورة مباشرة بموضوع تحليل كتب الرّياضيات في ضوء معايير عالمية، وبخاصة معايير (NCTM) الخاصة بالعمليات. ثم الانطلاق نحو بحث أكثر تخصصاً، وباتجاه التمثيلات الرياضية والمراوحات فيما بينها، والتعمق بالبحث في نموذج ليش(Lesh).
2) إعداد أداة تحليل المحتوى الأولى في ضوء معايير NCTM الخاصة بالتمثيل الرياضي، بعد الحصول على ملخص الوثيقة وترجمتها، واستخلاص معايير التمثيلات الرئيسية، ثم المؤشرات الفرعية وإدراجها على شكل بطاقتي تحليل، إحداهما خاصة بفقرات التقديم والأخرى خاصة بفقرات التطبيق.

3) إعداد أداة التحليل الخاصة بنموذج ليش، بعد تحديد كلّ نوع من التمثيلات الخمسة التي جاءت فيه، ووضعها على صورة جدول تفريغ للتمثيلات والمراوحات، ثم تطبيقها على المحتوى الهندسي لكتاب الصف السابع الفلسطيني لعرضها كنموذج على المحكمين.

4) التحقق من صدق الأداة وذلك بالتواصل مع مجموعة من خمسة محكمين، وإرسال الأدوات لكلّ منهم مع توضيح مشكلة الدراسة وأهدافها وأهميتها وسياقها وأسئلتها وكيفية معالجة البيانات التي ستتبعها الباحثة للوصول للنتائج وعيار الحكم عليها. وقد تمّ الأخذ بملاحظاتهم، وتعديل الأدوات وإعادة إرسالها لهم مجدداً للتحقق من دقة تطبيق الباحثة لتعديلاتهم وملاحظاتهم، والحصول على الأدوات بشكلها النهائي.

5) التحقق من ثبات الأداة بطريقتين، الأولى من خلال الأفراد (ثبات خارجي)، والثانية عبر الزمن.

6) بدء إجراءات تحليل البيانات لكلّ أداة على حدة.

7) رصد النّتائج ومعالجة البيانات.

8) عرض نتائج الدّراسة ثم مناقشتها في ضوء الإطار النظري والدّراسات السّابقة ورؤية الباحثة وتقديم التوصيات والمقترحات.

الفصل الرابع: نتائج الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى مقارنة مدى تضمين كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء معايير (NCTM) للعمليات، ونموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحة بينها. وذلك باتباع المنهج الوصفي التحليلي، بحيث تمّ بناء أداتين لتحليل المحتوى، الأولى مشتقة من معيار التمثيل الرياضي كما ورد في وثيقة (NCTM:2000)، والثانية مشتقة من نموذج ليش(Lesh)، وقد تضمنت كلّ منهما بطاقتين إحداهما لفقرات تقديم المحتوى الهندسي، والثانية لفقرات تطبيقه. وبعد تحليل البيانات واستخلاص النتائج تمّت الإجابة عن أسئلة البحث الرئيسية، والتي يتناول هذا الفصل عرضاً تفصيلياً لنتائجها، كما يلي:

1:4 نتائج الإجابة عن السؤال الأول: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) لمعيار (NCTM) للتمثيل الرياضي؟

تمّت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية لكلّ من الصفوف السادس والسابع والثامن، وذلك باستخدام أداة التحليل الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي بحسب (NCTM) لكلّ من فقرات التقديم والتطبيق والتي يظهر عددها في الجدول رقم(4-1).

جدول رقم (4-1)

عدد فقرات المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية للصفوف (سادس، سابع، ثامن)

الكتاب / الفقرة	عدد فقرات التقديم	عدد فقرات التطبيق
السادس	55	39
السابع	48	56
الثامن	41	41

يُظهر الجدول رقم (4–1) أنّ عدد الفقرات قد تراوح ما بين (39– 56)، جاء أعلاها لفقرات تطبيق الصف السابع، وأدناها لفقرات تطبيق الصف السادس.

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4–2) ملخصاً لمعدلات تحقق المعايير الرئيسية الثلاث المنبثقة من معيار التمثيل الرّياضي بحسب (NCTM)، وذلك للمحتوى الهندسي كاملاً.

جدول رقم(4–2)

تحليل المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية للمرحلة (6–8) حسب معيار(NCTM) للتمثيل الرّياضي

مجال المقارنة / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن		معدل المحتوى الهندسي كاملاً
	تقديم	تطبيق	تقديم	تطبيق	تقديم	تطبيق	
المعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية	0.50 متوسط	0.33 ضعيف	0.50 متوسط	0.33 ضعيف	0.46 متوسط	0.29 ضعيف	0.43 متوسط
المعيار الرئيسي الثاني : اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية	0.40 متوسط	0.33 ضعيف	0.33 ضعيف	0.33 ضعيف	0.53 متوسط	0.42 متوسط	0.39 متوسط
المعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.25 ضعيف	0.33 ضعيف	0.33 ضعيف	0.19 ضعيف
المعدل بحسب نوع الفقرات (تقديم / تطبيق)	0.41 متوسط	0.27 ضعيف	0.39 متوسط	0.31 ضعيف	0.45 متوسط	0.33 ضعيف	0.37 متوسط
معدل المحتوى الهندسي كاملاً	0.35 متوسط		0.36 متوسط		0.40 متوسط		

يظهر من الجدول رقم (4–2) أنّ معدّل تضمين المحتوى الهندسي قد جاء متوسطاً لجميع الصفوف الثلاث وبمعدل عام (0.37). وأنّه في حين جاءت فقرات التقديم بمعدلات متوسطة تراوحت من (0.39– 0.45)، فإن فقرات التطبيق قد جاءت بمعدلات ضعيفة تراوحت بين (0.27– 0.33). كما ونلحظ أنّ المعيار الرئيسي الأول قد تحقق بصورة متوسطة بشكل عام، وبأعلى معدل (0.43)، بينما جاء المعيار الرئيسي الثالث ضعيفاً بشكل عام وبأدنى معدل تحقق (0.19).

ولتوضيح نتائج فقرات التقديم والتطبيق ، تم رصد المؤشرات الفرعية لكلّ معيار رئيسي كما يلي:

جدول رقم (4-3)

تحليل فقرات التقديم للمحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التقديم / الصف درجة تحقق المعيار	السادس		السابع		الثامن	
	الدرجة	الحكم	الدرجة	الحكم	الدرجة	الحكم
المعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الافكار الرّياضية						
1. تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أو القوانين	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
2. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة	1	ضعيف	1	ضعيف	2	متوسط
3. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تمس خبرة الطالب المباشرة	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
4. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى	0	معدوم	1	ضعيف	1	ضعيف
5. يعرض الكتاب التمثيلات بالتدرج من المحسوس إلى المجرد	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
6. يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
7. يستخدم الكتاب التقنيات التكنولوجية الحديثة لتقديم تمثيلات متعددة	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
8. يقدم الكتاب أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل رياضي	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
9. تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا فيما بينهم	2	متوسط	1	ضعيف	1	ضعيف
10. تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا مع معلميهم.	2	متوسط	1	ضعيف	1	ضعيف
11. يستخدم الكتاب الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	1	ضعيف	1	ضعيف	0	معدوم
12. يظهر الكتاب التماثل في مواقف رياضية	1	ضعيف	1	ضعيف	0	معدوم
13. يظهر الكتاب تطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	0	معدوم	1	ضعيف	0	معدوم
14. تتميز التمثيلات المقدمة بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية.	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
معدل تحقق المعيار الرئيسي الأول	**0.5**	**متوسط**	**0.5**	**متوسط**	**0.46**	**متوسط**
المعيار الرئيسي الثاني : اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
15. يتطلب حلّ الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	2	متوسط	2	متوسط	3	مرتفع
16. يقدم الكتاب التمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة	1	ضعيف	2	متوسط	2	متوسط
17. تلعب التمثيلات المعطاه دورًا في مساعدة الطلبة على حلّ المشكلات	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
18. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	1	ضعيف	0	معدوم	1	ضعيف
19. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية الى شكل هندسي	1	ضعيف	0	معدوم	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثاني	**0.4**	**متوسط**	**0.33**	**ضعيف**	**0.53**	**متوسط**
المعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
20. يستخدم الكتاب النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	1	ضعيف	1	ضعيف	2	متوسط
21. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
22. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	0	معدوم	0	معدوم	1	ضعيف
23. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	معدوم	0	معدوم	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثالث	**0.08**	**ضعيف**	**0.08**	**ضعيف**	**0.33**	**ضعيف**

يظهر من الجدول رقم (4–3) أنّ تحقق المعايير الرئيسية الثلاثة لفقرات التقديم في المحتوى الهندسي لكتب الرّياضيات الفلسطينية لكلّ من الصفوف السادس والسابع والثامن، قد جاء بمعدل ما بين الضعيف والمتوسط وتراوح ما بين (0.08 – 0.53)، حيث جاء المعيار الرئيسي الثاني : اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية، بأعلى معدل تحقق للصف الثامن، بينما جاء المعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، بأدنى معدل تحقق لكلّ من الصفين السادس والسابع.

كما يظهر أنّ المعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية، قد تحق بصورة متوسطة تتراوح ما بين (0.46– 0.5) ، وأنّ مؤشراته الفرعية قد تراوح تحققها ما بين المعدوم والمرتفع، فنجد المؤشرات الفرعية(1، 6، 8، 14) قد جاءت مرتفعة لجميع الصفوف، وجاء المؤشران الفرعيان(3، 5) بصورة ضعيفة، بينما انعدم تحقق المؤشر الفرعي(7).

ويظهر أنّ المعيار الرئيسي الثاني، قد تحقق بصورة ضعيفة بمعدل(0.33) للصف السابع، ومتوسطة لكلّ من الصفين السادس والثامن وبمعدل(0.4، 0.53) على الترتيب، أما مؤشراته الفرعية فقد تراوح تحققها ما بين المعدوم والمتوسط، باستثناء المؤشر الفرعي (15): يتطلب حلّ الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة، الذي جاء تحققه مرتفعاً للصف الثامن.

ونلاحظ أنّ المعيار الرئيسي الثالث، قد تحقق بصورة ضعيفة تتراوح ما بين (0.08– 0.33) لكلّ من فقرات التقديم للصفوف الثلاثة، وأنّ جميع مؤشراته الفرعية قد جاءت إمّا ضعيفة أو معدومة.

وفيما يلي يظهر الجدول (4–4) تحليل فقرات التطبيق للكتب الفلسطينية:

جدول رقم (4-4)

تحليل فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التطبيق / الصف درجة تحقق المعيار	السادس		السابع		الثامن	
	ع	ت	ع	ت	ع	ت
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
1. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
2. يتطلب الكتاب استخدام الطالب لتمثيلات رياضية تمس خبرته المباشرة	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
3. يتطلب الكتاب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة	0	معدوم	1	ضعيف	1	ضعيف
4. يتطلب الكتاب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حلّ المسائل	3	مرتفع	2	متوسط	3	مرتفع
5. يتطلب الكتاب استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	1	ضعيف	1	ضعيف	0	معدوم
6. يتطلب الكتاب استخدام التماثل في مواقف رياضية	1	ضعيف	1	ضعيف	0	معدوم
7. يتطلب الكتاب تطبيق التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
معدل تحقق المعيار الرئيسي الأول	**0.33**	**ضعيف**	**0.33**	**ضعيف**	**0.29**	**ضعيف**
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
8. يتطلب حلّ المسائل إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	1	ضعيف	1	ضعيف	2	متوسط
9. يتطلب الكتاب استخدام الطالب للتمثيلات في حلّ مشكلات رياضية.	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
10. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
11. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثاني	**0.33**	**ضعيف**	**0.33**	**ضعيف**	**0.42**	**متوسط**
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
12. يتطلب الكتاب استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
13. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	معدوم	0	معدوم	1	ضعيف
14. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	0	معدوم	1	ضعيف	1	ضعيف
15. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	معدوم	1	ضعيف	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثالث	**0.08**	**ضعيف**	**0.25**	**ضعيف**	**0.33**	**ضعيف**

يظهر من الجدول رقم (4–4) أنّ تحقق المعايير الرئيسية لفقرات التطبيق قد جاء ضعيفاً للكتب الثلاثة على حدٍ سواء، وبمعدل يتراوح ما بين (0.08– 0.33)، باستثناء المعيار الثاني في كتاب الصف الثامن، فقد جاء متوسطاً بمعدل (0.42).

ونلحظ أنّ المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية، قد تحققت بصورة ضعيفة أو معدومة، باستثناء المؤشر الفرعي (4)، الخاص بمتطلب الكتاب لاستخدام أكثر من تمثيل رياضي في حلّ المسائل، والذي تحقق بصورة مرتفعة للصفين السادس والثامن، ومتوسطة للصف السابع.

وأنّ المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية، قد تحققت بصورة ضعيفة لجميع الصفوف، باستثناء المؤشر الفرعي (8)، الخاص بمتطلب الكتاب لإجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة عند حلّ المسائل، الذي جاء متوسطاً للصف الثامن.

ونلحظ أنّ المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، قد جاءت ضعيفة في الصف الثامن، بينما تباين تحققها ما بين الضعيف والمعدوم في الصفين السادس والسابع.

ومن الجدير بالذكر أنّ الجداول الخاصة بتحليل فقرات التقديم والتطبيق تظهر في الملحق رقم(5). حيث تظهر فيها التكرارات الخاصة بكلّ مؤشر فرعي.

2:4 نتائج الإجابة عن السؤال الثاني: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية (كامبردج) للمرحلة من (6–8) لمعيار (NCTM) للتمثيل الرياضي؟

تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية التابعة لكامبردج، وذلك لكلّ من الصفوف السادس والسابع والثامن، وباستخدام أداة التحليل الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي بحسب (NCTM)، حيث تكونت من بطاقتيّ تحليل، الأولى لفقرات تقديم الموضوعات الرياضية، والثانية لفقرات تطبيقها.

يُظهر الجدول رقم (4–5) عدد الفقرات التي تم تحليلها ضمن المحتوى الهندسي لكتب كامبردج .

جدول رقم (4–5)

عدد فقرات المحتوى الهندسي في كتب كامبردج البريطانية للصفوف (سادس، سابع، ثامن)

الكتاب / الفقرة	عدد فقرات التقديم	عدد فقرات التطبيق
السادس	57	106
السابع	43	79
الثامن	60	152

نلاحظ من الجدول رقم (4–5) أنّ عدد فقرات التقديم لكلّ من الصفوف الثلاثة قد تراوحت ما بين (43– 60) فقرة ، بينما تراوحت فقرات التطبيق ما بين (79– 152)، حيث يُظهر الجدول ارتفاع عدد فقرات التطبيق عن التقديم بما يقارب الضِعفين للصف الواحد.

وفيما يلي يظهر في الجدول رقم (4–6) ملخصاً لمعدلات تحقق المعايير الرئيسية الثلاث المنبثقة من معيار التمثيل الرياضي بحسب (NCTM) للمحتوى الهندسي كاملاً.

جدول رقم (4-6)

تحليل المحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي

مجال المقارنة / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن		معدل المحتوى الهندسي كاملاً
	تقديم	تطبيق	تقديم	تطبيق	تقديم	تطبيق	
المعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية	0.40 متوسط	0.43 متوسط	0.48 متوسط	0.43 متوسط	0.40 متوسط	0.38 متوسط	0.42 متوسط
المعيار الرئيسي الثاني : اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية	0.53 متوسط	0.42 متوسط	0.53 متوسط	0.50 متوسط	0.60 متوسط	0.50 متوسط	0.52 متوسط
المعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية	0.17 ضعيف	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.17 ضعيف	0.17 ضعيف	0.13 ضعيف
المعدل بحسب نوع الفقرات (تقديم / تطبيق)	0.39 متوسط	0.33 ضعيف	0.42 متوسط	0.36 متوسط	0.40 متوسط	0.36 متوسط	0.38 متوسط
معدل المحتوى الهندسي كاملاً	0.37 متوسط		0.39 متوسط		0.39 متوسط		

يظهر من الجدول رقم (4-6) أنّ معدّل تضمين المحتوى الهندسي في كتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8) لمعيار التمثيل الرياضي بحسب ما ورد في معايير (NCTM) للعمليات، قد جاء متوسطاً بمقدار (0.38). وأنّه في حين جاء معدل فقرات التقديم للصفوف الثلاثة بصورة متوسطة تراوحت من (0.39- 0.42)، فإن معدل فقرات التطبيق قد جاء ضعيفاً للصف السادس بمعدل (0.33)، بينما جاء معدل الصفين السابع والثامن متوسطاً.

ونلحظ أنّ المعيار الرئيسي الأول قد تحقق بصورة متوسطة بشكل عام، وأنّ المعيار الرئيسي الثاني قد تحقق بأعلى معدل (0.52)، حيث جاء متوسطاً لجميع فقرات التقديم والتطبيق. بينما جاء المعيار الرئيسي الثالث ضعيفاً بشكل عام وبأدنى معدل تحقق (0.13).

وفيما يلي ملخصاً لنتائج بطاقتيّ التقديم والتطبيق بمؤشراتها الفرعية، حيث يُظهر الجدول رقم (4-7) ملخصاً لنتائج بطاقة التقديم والجدول (4- 8) ملخصاً لنتائج التطبيق.

جدول رقم (4-7)

تحليل فقرات التقديم للمحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التقديم / الصف درجة تحقق المعيار	السادس- كامبردج		السابع- كامبردج		الثامن- كامبردج	
	الدرجة	الحكم	الدرجة	الحكم	الدرجة	الحكم
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
1. تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أوالقوانين	1	ضعيف	3	مرتفع	2	متوسط
2. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
3. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تمس خبرة الطالب المباشرة	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
4. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
5. يعرض الكتاب التمثيلات بالتدرج من المحسوس إلى المجرد	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
6. يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
7. يستخدم الكتاب التقنيات التكنولوجية الحديثة لتقديم تمثيلات متعددة	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
8. يقدم الكتاب أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل رياضي	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
9. تسهم التمثيلات المتوفرة بجعل الطلبة يتواصلون رياضيًا فيما بينهم	0	معدوم	1	ضعيف	0	معدوم
10. تسهم التمثيلات المتوفرة بجعل الطلبة يتواصلون رياضيًا مع معلمهم.	1	ضعيف	1	ضعيف	0	معدوم
11. يستخدم الكتاب الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
12. يظهر الكتاب التماثل في مواقف رياضية	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
13. يظهر الكتاب تطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
14. تتميز التمثيلات المقدمة بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية.	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
معدل تحقق المعيار الرئيسي الأول	**0.40**	**متوسط**	**0.48**	**متوسط**	**0.40**	**متوسط**
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
15. يتطلب حلّ الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	3	مرتفع	2	متوسط	3	مرتفع
16. يقدم الكتاب التمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة	2	متوسط	2	متوسط	2	متوسط
17. تلعب التمثيلات المعطاه دورًا في مساعدة الطلبة على حلّ المشكلات	1	ضعيف	2	متوسط	2	متوسط
18. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
19. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثاني	**0.53**	**متوسط**	**0.53**	**متوسط**	**0.60**	**متوسط**
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
20. يستخدم الكتاب النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
21. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
22. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	1	ضعيف	0	معدوم	0	معدوم
23. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	معدوم	0	معدوم	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثالث	0.17	ضعيف	0.08	ضعيف	0.17	ضعيف

يظهر من الجدول رقم (4-7) أنّ تحقق المعيارين الرئيسيين الأول والثاني لفقرات التقديم في المحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية لكل من الصفوف السادس والسابع والثامن، قد جاء بمعدل متوسط، تراوح ما بين (0.40- 0.60)، بينما جاء المعيار الرئيسي الثالث بمعدل تحقق ضعيف لكلّ منها. ويظهر الجدول أنّ المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية، قد تراوحت ما بين المعدوم والمرتفع، فنجد المؤشرات الفرعية (6، 8، 14) قد ظهرت مرتفعة للصفوف الثلاثة، وجاءت المؤشرات (2، 3، 4، 11، 12، 13) بصورة ضعيفة، بينما انعدم تحقق المؤشرين الفرعيين (5، 7). أمّا المؤشرات الفرعية المتبقية فقد تباين تحققها ما بين المعدوم والمرتفع بحسب الصف.

كما يظهر أنّ المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية، قد جاءت ما بين الضعيفة والمرتفعة، فنجد المؤشر الفرعي (16) الخاص بتقديم الكتاب للتمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة قد جاء متوسطاً للصفوف الثلاثة، بينما ظهر الفرعان (18،19) بصورة ضعيفة.

كما أنّ المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، قد جاءت إما ضعيفة أو معدومة ، فنجد المؤشر الفرعي (20) الخاص باستخدام الكتاب لنماذج هندسية في تمثيل المواقف الحياتية، قد جاء ضعيفا للكتب الثلاثة، بينما انعدم تحقق المؤشر (21) الخاص باستخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية.

وفيما يلي يعرض الجدول رقم (4-8) نتائج بطاقة التطبيق للمحتوى الهندسي في كتب كامبردج البريطانية :

جدول رقم (4-8)

تحليل فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التطبيق / الصف درجة تحقق المعيار	السادس - كامبردج		السابع - كامبردج		الثامن - كامبردج	
	تكرار		تكرار		تكرار	
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
1. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم باستخدام طرق مختلفة	2	متوسط	2	متوسط	1	ضعيف
2. يتطلب الكتاب استخدام الطالب لتمثيلات رياضية تمس خبرته المباشرة	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
3. يتطلب الكتاب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
4. يتطلب الكتاب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حلّ المسائل	3	مرتفع	3	مرتفع	3	مرتفع
5. يتطلب الكتاب استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
6. يتطلب الكتاب استخدام التماثل في مواقف رياضية	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
7. يتطلب الكتاب تطبيق التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الأول	**0.43**	**متوسط**	**0.43**	**متوسط**	**0.38**	**متوسط**
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
8. يتطلب حلّ المسائل إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	2	متوسط	2	متوسط	2	متوسط
9. يتطلب الكتاب استخدام الطالب للتمثيلات في حلّ مشكلات رياضية.	1	ضعيف	2	متوسط	2	متوسط
10. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
11. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثاني	**0.42**	**متوسط**	**0.50**	**متوسط**	**0.50**	**متوسط**
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
12. يتطلب الكتاب استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	1	ضعيف	1	ضعيف	1	ضعيف
13. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
14. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	0	معدوم	0	معدوم	0	معدوم
15. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	معدوم	0	معدوم	1	ضعيف
معدل تحقق المعيار الرئيسي الثالث	**0.08**	**ضعيف**	**0.08**	**ضعيف**	**0.17**	**ضعيف**

يظهر الجدول رقم (4–8) أنّ تحقق المعايير الرئيسية الثلاثة لفقرات التطبيق في المحتوى الهندسي لكتب كامبردج، قد تراوح بين الضعيف والمتوسط، حيث ظهر المعيار الرئيسي الثاني للصفين السابع والثامن متوسطاً وبأعلى معدل (0.50)، والمعيار الثالث للصفين السادس والثامن ضعيفاً وبأدنى معدل (0.08).

ونلحظ أنّ المعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية، قد تحق بصورة متوسطة، وبمعدل أعلاه (0.43) لكل من الصفين السادس والسابع على الترتيب، وأنّ تحقق مؤشراته الفرعية قد تراوح ما بين المعدوم والمرتفع، ، فنجد المؤشر الفرعي (4) الخاص بمتطلب استخدام أكثر من تمثيل رياضي عند حلّ المسائل، قد جاء مرتفعاً، بينما انعدم المؤشر الفرعي (3) الخاص بمتطلب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة، أما بقية المؤشرات فقد جاءت ضعيفة، باستثناء المؤشر الفرعي (1) الخاص بتشجيع الطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة، والذي ظهر متوسطاً للصفين السادس والسابع.

كما نلحظ أنّ المعيار الرئيسي الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية، قد تحقق بصورة متوسطة لجميع الصفوف، أمّا مؤشراته الفرعية، فقد جاءت ضعيفة لكلّ من الفرعين (10، 11).

ويظهر الجدول أنّ المعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، قد تحق بصورة ضعيفة تتراوح ما بين (0.08– 0.17)، وأنّ جميع مؤشراته الفرعية قد جاءت إما ضعيفة أو معدومة.

وتظهر نتائج تحليل فقرات التقديم والتطبيق على صورة تكرارات، في الملحق رقم (6).

3:4 نتائج الإجابة عن السؤال الثالث: أين يكمن التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي ؟

تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية وذلك لكلّ من الصفوف السادس والسابع والثامن، ووضعها في جدول للمقارنة، حيث تم تخصيص جدول رقم (4–9)، وجدول رقم (4–10) لمقارنة النتائج الاجمالية للمعايير الرئيسية ومن ثم استخدمت جداول خاصة لإظهار أوجه التشابه وأُخرى لإظهار أوجه الاختلاف، وذلك تبعاً للمؤشرات الفرعية لأداة التحليل الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي بحسب (NCTM)، ببطاقتيها، الأولى والخاصة بفقرات التقديم، والثانية والخاصة بفقرات التطبيق.

جدول رقم (4–9)

مقارنة المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) بحسب المعايير الرئيسية الثلاثة للتمثيل الرياضي كما وردت في (NCTM)

مجال المقارنة	معدل المحتوى الهندسي كاملاً	
	الكتب الفلسطينية	كتب كامبردج البريطانية
المعيار الرئيسي الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية	0.43 متوسط	0.42 متوسط
المعيار الرئيسي الثاني : اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية	0.39 متوسط	0.52 متوسط
المعيار الرئيسي الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية	0.19 ضعيف	0.13 ضعيف
معدل المحتوى الهندسي كاملاً	0.37 متوسط	0.38 متوسط

يظهر من الجدول رقم (4–9) أنّ تضمين المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) لمعيار التمثيل الرياضي كما ورد في وثيقة (NCTM) قد جاء متقارباً ومتوسطاً، بمعدل (0.37) للمحتوى الفلسطيني، مقابل (0.38) لكامبردج.

ونلاحظ أنّ معدل تحقق كلّ من المعيار الرئيسي الأول والثاني قد جاء متوسطاً بشكل عام للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية، بينما جاء المعيار الثالث ضعيفاً. وأنّ معدل تحقق المعيار الثاني قد جاء بأعلى معدل (0.52) في كتب كامبردج البريطانية، يقابله معدل أقل (0.39) في الكتب الفلسطينية. بينما جاء المعيار الثالث بأدنى معدل (0.13) في كتب كامبردج البريطانية، يقابلة معدل أعلى (0.19) في الكتب الفلسطينية.

جدول رقم (4–10)

مقارنة إجمالية لفقرات التقديم وفقرات التطبيق في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) بحسب المعايير الرئيسية الثلاثة للتمثيل الرياضي كما وردت في (NCTM)

الصف/ مجال المقارنة	الصف السادس				الصف السابع				الصف الثامن			
	تقديم		تطبيق		تقديم		تطبيق		تقديم		تطبيق	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
المعيار الأول	0.50 متوسط	0.40 متوسط	0.33 ضعيف	0.43 متوسط	0.50 متوسط	0.48 متوسط	0.33 ضعيف	0.43 متوسط	0.46 متوسط	0.40 متوسط	0.29 ضعيف	0.38 متوسط
المعيار الثاني	0.40 متوسط	0.53 متوسط	0.33 ضعيف	0.42 متوسط	0.33 ضعيف	0.53 متوسط	0.33 ضعيف	0.50 متوسط	0.53 متوسط	0.60 متوسط	0.42 متوسط	0.50 متوسط
المعيار الثالث	0.08 ضعيف	0.17 ضعيف	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.08 ضعيف	0.25 ضعيف	0.08 ضعيف	0.33 ضعيف	0.17 ضعيف	0.33 ضعيف	0.17 ضعيف
المعدل	0.41 متوسط	0.39 متوسط	0.27 ضعيف	0.33 ضعيف	0.39 متوسط	0.42 متوسط	0.31 ضعيف	0.36 متوسط	0.45 متوسط	0.4 متوسط	0.33 ضعيف	0.36 متوسط

يظهر الجدول رقم (4–10) مقارنة النتيجة الإجمالية للمعايير الرئيسية الثلاثة، حيث جاء المعدل العام لفقرات التقديم متوسطاً في كلّ من الكتب الفلسطينية والبريطانية، فيما جاءت فقرات التطبيق بمعدلات ضعيفة للكتب الفلسطينية، مقابل معدل متوسط لكتب كامبردج للصفين السابع والثامن، وضعيف للصف السادس.

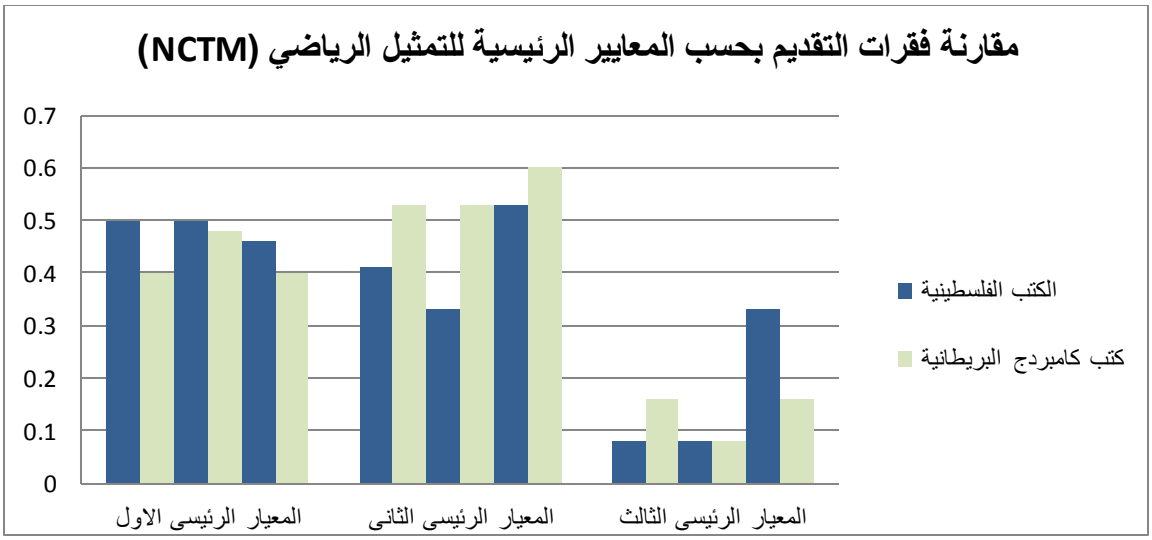
وبينما يظهر تشابهاً في تحقيق فقرات التقديم للمعيار الرئيسي الأول في جميع الكتب، حيث جاءت بمعدل متوسط يتراوح بين (0.40– 0.50)، فإننا نلحظ اختلافاً في نتائج فقرات التطبيق، والتي جاءت بمعدلات ضعيفة للكتب الفلسطينية، مقابل معدلات متوسط لنظيرتها البريطانية.

وفيما يظهر المعيار الرئيسي الثاني متوسطاً لجميع فقرات التقديم والتطبيق في كتب كامبردج وبمعدل يتراوح بين (0.42– 0.60)، فإنه يظهر ضعيفاً في الصف السابع وفي تطبيق الصف السادس الفلسطينيين.

ونلحظ أنّ تحقق المعيار الرئيسي الثالث قد جاء ضعيفاً لجميع الصفوف ولكلّ من فقرات التقديم والتطبيق على حدٍ سواء، وبأدنى معدل تحقق تراوح بين (0.08 – 0.33) لجميع الكتب.

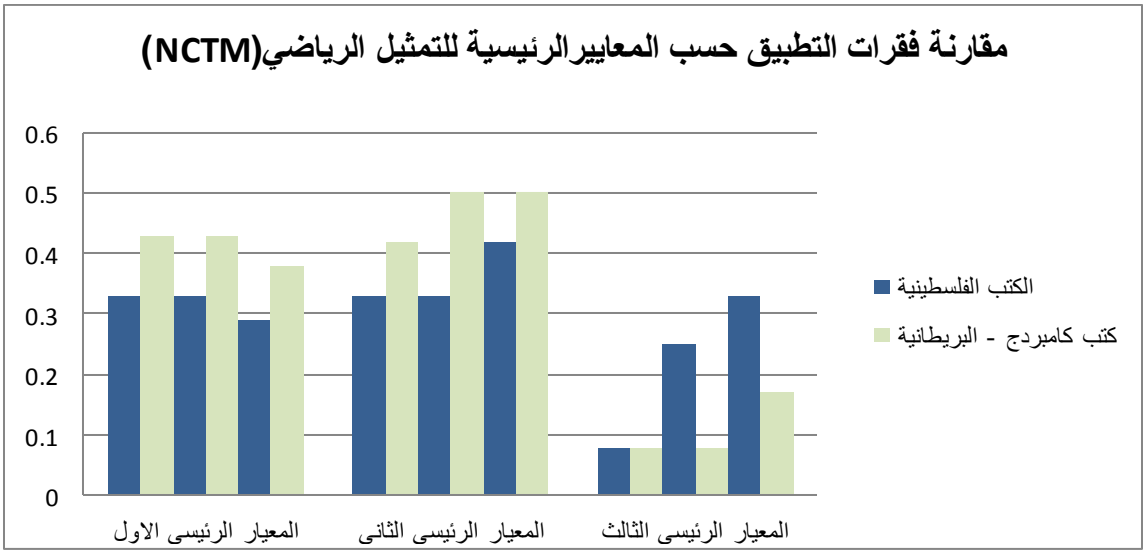
وبالنظر لفقرات التقديم في الجدول رقم (4–10) وتمثيلها بالشكل (4–1) نجد تقدم الكتب الفلسطينية في تحقيق المعيار الرئيسي الأول، مقابل تقدم كتب كامبردج في تحقيق المعيار الرئيسي الثاني.

أما المعيار الرئيسي الثالث والذي جاء ضعيفاً بشكل عام بمعدل (0.33) فما دون، فقد أظهر تقدم كتاب كامبردج البريطاني للصف السابع، مقابل تقدم الكتاب الفلسطيني للصف الثامن.



الشكل (4-1): مقارنة فقرات التقديم في المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) بحسب المعايير الرئيسية للتمثيل الرياضي (NCTM)

وبالنظر لفقرات التطبيق في الجدول رقم (4-10) وتمثيلها بالشكل (4-2) نجد تقدم كتب كامبردج البريطانية في تحقيق المعيار الأول، وفي تحقيق المعيار الثاني. أما المعيار الثالث والذي جاء ضعيفاً بشكل عام نجد تقدمه في الكتب الفلسطينية للصفين السابع والثامن.



الشكل (4-2): مقارنة فقرات التطبيق في المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) بحسب المعايير الرئيسية للتمثيل الرياضي (NCTM)

ولإظهار المقارنة بين مدى التشابه والاختلاف في تحقق المؤشرات الفرعية للمعايير الرئيسية الثلاثة، تمّ تلخص النتائج المتشابهة في بطاقة تقديم الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في الجدول رقم (4–11)، والمختلفة في جدول رقم (4–12)، يليهما جداول بطاقة التطبيق بنفس الأسلوب.

جدول رقم(4–11)

المؤشرات الفرعية المتشابهة بين فقرات التقديم للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التقديم / الصف	السادس		السابع		الثامن	
درجة تحقق المعيار	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
3. يعرض الكتاب تمثيلات تمس خبرة الطالب المباشرة	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف
6. يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع
7. يستخدم الكتاب التقنيات التكنولوجية الحديثة لتقديم تمثيلات متعددة	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم
8. يقدم الكتاب أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع
14. تتميز التمثيلات بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية.	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع	مرتفع
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
21. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم
23..يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم	ضعيف	ضعيف

يظهر من الجدول رقم (14–11) تشابه كتب كامبردج والكتب الفلسطينية في تحقيق بعض المؤشرات الفرعية في المعيارين الرئيسيين الأول والثالث دون الثاني. حيث يظهر في المعيار الأول ضعفاً في تضمين المؤشرين الفرعيين (3، 6)، وارتفاعاً في المؤشرين (8، 14)، مقابل انعدام المؤشر (7) الخاص باستخدام التمثيلات المعتمدة على التكنولوجيا. وانعدام المؤشر(21) من المعيار الثالث، ونلحظ ضعفاً في تضمينهما للمؤشر(23) الخاص باستخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية، في الصف الثامن مقابل انعدامه في الصفين السادس والسابع.

جدول رقم (4-12)

المؤشرات الفرعية المختلفة بين فقرات التقديم للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التقديم / الصف درجة تحقق المعيار	السادس		السابع		الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
1. تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أوالقوانين الهندسية.	مرتفع	ضعيف	مرتفع	مرتفع	مرتفع	متوسط
2. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	متوسط	ضعيف
4. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى	معدوم	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف
5. يعرض الكتاب التمثيلات بالتدرج من المحسوس إلى المجرد	ضعيف	معدوم	ضعيف	معدوم	ضعيف	معدوم
9. تسهم التمثيلات المتوفرة بجعل الطلبة يتواصلون رياضيًا فيما بينهم	متوسط	معدوم	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم
10. تسهم التمثيلات بجعل الطلبة يتواصلون رياضيًا مع معلمهم	متوسط	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم
11. يستخدم الكتاب الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف
12. يظهر الكتاب التماثل في مواقف رياضية	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف
13. يظهر الكتاب تطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	معدوم	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
15. يتطلب حلّ الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	متوسط	مرتفع	متوسط	متوسط	مرتفع	مرتفع
16. يقدم الكتاب التمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة	ضعيف	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط	متوسط
17. تلعب التمثيلات دورًا في مساعدة الطلبة على حلّ المشكلات	ضعيف	ضعيف	ضعيف	متوسط	ضعيف	متوسط
18. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف	ضعيف	ضعيف
19. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف	ضعيف	ضعيف
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
20. يستخدم الكتاب النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	متوسط	ضعيف
22. يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	معدوم	ضعيف	معدوم	معدوم	ضعيف	معدوم

يُظهر الجدول رقم (4–12) أنّ بعض المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الأول قد تباين تحققها بين صف وآخر، فنجد تضمين المؤشرات (2، 11، 12) ضعيفاً في جميع الكتب باستثناء الكتاب الفلسطيني للصف الثامن والذي تضمن المؤشر (2) بصورة متوسطة، وانعدم فيه المؤشران الآخران. كما وجاء تضمين المؤشر (4) ضعيفاً في جميع الكتب، باستثناء الصف السابع الفلسطيني حيث انعدم تحققه تماماً. وفي حين نلحظ تضمين المؤشر (1) بصورة مرتفعة في جميع الكتب الفلسطينية، فإننا نجده ضعيفاً في الصف السادس البريطاني ومتوسطاً في الثامن.

كما يُظهر الجدول أنّ درجة تضمين المؤشرين الفرعيّين (15، 16) من المعيار الرئيسي الثاني قد اختلفت في الصف السادس، وكذلك درجة المؤشرين (18، 19) في الصف السابع، والمؤشر (17) للصفين السابع والثامن، وجميعها لصالح كتب كامبردج.

أما بالنسبة للمعيار الرئيسي الثالث، فيظهر الجدول ضعف المؤشر (20) الخاص بتضمين الكتاب للنماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية، وذلك في جميع الكتب، باستثناء كتاب الصف الثامن الفلسطيني، حيث تحقق فيه بنسبة متوسطة، كما وانعدم تضمين المؤشر (22) في جميع الكتب باستثناء الكتاب البريطاني للصف السابع، والفلسطيني للصف الثامن حيث جاء فيهما ضعيفاً.

وفيما يلي نتائج مقارنة بطاقة التطبيق بحسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي، حيث تظهر النتائج المتشابهة لكتب الصفوف الثلاثة الفلسطينية وكامبردج البريطانية في الجدول رقم (4– 13)، والمختلفة في جدول رقم (4–14).

جدول رقم (4-13)

المؤشرات الفرعية المتشابهة بين فقرات الطبيق للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التطبيق / الصف.	السادس		السابع		الثامن	
درجة تحقق المعيار	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
2. يتطلب الكتاب استخدام الطالب لتمثيلات رياضية تمس خبرته المباشرة	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
10. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف
11. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
12. يتطلب الكتاب استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف

يظهر من الجدول رقم (4-13) أنّ تضمين المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الأول قد تشابه بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في تحقيق المؤشر الفرعي (2) فقط.

كما ويظهر الجدول تشابه الكتب الفلسطينية والبريطانية في ضعف تضمينها لتطبيقات تتطلب ترجمة النصوص اللفظية والصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي، وهما المؤشران (10، 11) من المعيار الرئيسي الثاني.

كما وتشابهت في ضعف تطبيقها لاستخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية، وهو المؤشر (12) من المعيار الرئيسي الثالث.

جدول رقم (4-14)

المؤشرات الفرعية المختلفة بين فقرات التطبيق للمحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.

المعيار الرئيسي ومؤشراته لفقرات التطبيق / الصف. درجة تحقق المعيار	السادس		السابع		الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية						
1. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة	ضعيف	متوسط	ضعيف	متوسط	ضعيف	ضعيف
3. يتطلب الكتاب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة	معدوم	معدوم	ضعيف	معدوم	ضعيف	معدوم
4. يتطلب الكتاب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حلّ المسائل	مرتفع	مرتفع	متوسط	مرتفع	مرتفع	مرتفع
5. يتطلب الكتاب استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف
6..يتطلب الكتاب استخدام التماثل في مواقف رياضية	ضعيف	ضعيف	ضعيف	ضعيف	معدوم	ضعيف
7. يتطلب الكتاب تطبيق التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	معدوم	ضعيف	معدوم	ضعيف	معدوم	ضعيف
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية						
8. يتطلب حلّ المسائل إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	ضعيف	متوسط	ضعيف	متوسط	متوسط	متوسط
9. يتطلب الكتاب استخدام الطالب للتمثيلات في حلّ مشكلات رياضية.	ضعيف	ضعيف	ضعيف	متوسط	ضعيف	متوسط
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية						
13. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	معدوم	معدوم	معدوم	معدوم	ضعيف	معدوم
14. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	معدوم	معدوم	ضعيف	معدوم	ضعيف	معدوم
15. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	معدوم	معدوم	ضعيف	معدوم	ضعيف	ضعيف

يظهر الجدول رقم (4-14) أنّ تضمين بعض المؤشرات الفرعية للمعيار الرئيسي الأول قد تباين بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج، فنلحظ أنّ المؤشر (1) الخاص بتشجيع الطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة، قد جاء ضعيفاً في جميع الكتب الفلسطينية، مقابل معدل تحقق متوسط في كتب كامبردج للصفين السادس والسابع، وأنّ الموشر (4) الخاص باستخدام أكثر من تمثيل في حلّ

المسائل، قد جاء مرتفعاً، باستثناء كتاب السابع الفلسطيني. كما وانعدم تحقق المؤشر (7) الخاص بالتحويلات الهندسية في الكتب الفلسطينية، مقابل معدل تحقق ضعيف في كتب كامبردج.

كما يظهر الجدول أنّ المؤشر الفرعي (8) الخاص بالمراوحات بين التمثيلات في المعيار الرئيسي الثاني قد تحقق بدرجة متوسطة لجميع كتب كامبردج، مقابل درجة ضعيفة للصفين السادس والسابع الفلسطينيين، ومتوسطة للثامن. كما وظهر تبايناً في تضمين التمثيلات الخاصة بحلّ المشكلات لصالح كتب كامبردج، في الصفين السابع والثامن كما ظهر في المؤشر(9).

أما المعيار الرئيسي الثالث، فظهر فيه انعدام المؤشرين (14، 15) في كتاب كامبردج للصف السابع، مقابل ضعفهما في الكتاب الفلسطيني، وكذلك انعدام المؤشرين (13، 14) في كتاب كامبردج للصف الثامن، مقابل ضعفهما في الكتاب الفلسطيني المناظر.

4:4 نتائج الإجابة عن السؤال الرابع: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش(Lesh) للتمثيلات المتعددة؟

تمّت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية لكلّ من الصف السادس والسابع والثامن، وذلك باستخدام أداة التحليل الخاصة بنموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات فيما بينها، حيث تمّ تفريغ التمثيلات المتوفرة في فقرات التقديم وفقرات التطبيق لكلّ صف على حدة، ورصد المراوحات بينها وذلك في جداول خاصة.

يُظهر الجدول رقم (4–15) النتائج الخاصة بمدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السادس الفلسطيني، على صورة تكرارات ونسب مئوية كما يلي:

الجدول رقم (4–15)

التمثيلات الرياضية في كتاب الصف السادس الفلسطيني بحسب نموذج ليش (Lesh)

التمثيلات الرياضية	السادس – فلسطيني							
بحسب نموذج	فقرات التقديم(55)			فقرات التطبيق(39)			المحتوى الهندسي كاملاً	
ليش(Lesh)	التكرار	النسبة	الحكم	التكرار	النسبة	الحكم	النسبة	الحكم
التمثيل اللفظي	53	% 96.4	مرتفع جداً	36	% 92.3	مرتفع جداً	**% 94.7**	**مرتفع جداً**
التمثيل الرمزي	43	% 78.2	مرتفع	28	% 71.7	مرتفع	**% 75.5**	**مرتفع**
التمثيل بالصور والأشكال	52	% 94.5	مرتفع جداً	26	% 66.7	مرتفع	**% 83.9**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالمواقف الحياتية	9	% 16.3	ضعيف جداً	4	% 10.2	ضعيف جداً	**% 13.8**	**ضعيف جداً**
التمثيل بالنماذج والمجسمات	10	% 18.1	ضعيف جداً	0	% 0.0	ضعيف جداً	**% 10.6**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4–15) أنّ التمثيل اللفظي قد حصل على أعلى نسبة تحقق لكلّ من فقرات التقديم والتطبيق بقيمة (96.4%، 94.7%) على الترتيب، بينما جاء التمثيل بالمجسمات والنماذج بأدنى نسبة في فقرات التقديم (18.1%)، وانعدم تماماً من فقرات التطبيق. كما ويظهر أنّ التمثيل الرمزي قد جاء مرتفعاً جداً، وأنّ هنالك فرقاً واضحاً بين فقرات التقديم وفقرات التطبيق في تضمين التمثيل بالصور والأشكال، كما ونلحظ أنّ كلّاً من التمثيل بالمواقف الحياتية، والتمثيل بالنماذج والمجسمات قد ظهر ضعيفاً جداً، وأنّ الأخير قد انعدم تماماً من فقرات التطبيق.

فيما يلي يظهر الجدول رقم (4–16) المراوحة بين التمثيلات المتعددة للصف السادس.

الجدول رقم (4-16)

المراوحة بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السادس الفلسطيني

المراوحة بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	الصف السادس – فلسطيني				النسبة المئوية والحكم على المحتوى كاملاً	
	فقرات التقديم (55)		فقرات التطبيق (39)			
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	النسبة الكلّية	الحكم
لفظي ⟵ رمزي	10	%18.2	7	%17.9	**%18.1**	**ضعيف جداً**
لفظي ⟵ صور وأشكال	19	%34.5	11	%28.2	**%31.9**	**ضعيف**
لفظي ⟵ نماذج ومجسمات	3	%5.5	0	%0.0	**%3.1**	**ضعيف جداً**
لفظي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	1	%2.5	**%1.1**	**ضعيف جداً**
رمزي ⟵ لفظي	16	%29.1	17	%43.6	**%35.1**	**ضعيف**
رمزي ⟵ صور وأشكال	13	%23.6	7	%17.9	**%21.3**	**ضعيف**
رمزي ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
رمزي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
صور وأشكال ⟵ لفظي	45	%81.1	11	%28.2	**%59.6**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ رمزي	29	%52.7	12	%30.8	**%43.6**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ نماذج ومجسمات	6	%10.9	0	%0.0	**%6.4**	**ضعيف جداً**
صور وأشكال ⟵ مواقف حياتية	1	%1.8	0	%0	**%1.1**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ لفظي	7	%12.7	1	%2.5	**%8.5**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ رمزي	0	%0.0	1	%2.5	**%1.1**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ صور وأشكال	5	%9.1	0	%0.0	**%5.3**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ⟵ لفظي	1	%1.8	6	%15.4	**%7.4**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ رمزي	0	%0.0	2	%5.1	**%2.1**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ نماذج ومجسمات	2	%3.6	0	%0.0	**%2.1**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ صور وأشكال	3	%5.5	1	%2.5	**%4.3**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4–16) أنّ المراوحة بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي كاملاً، قد جاءت بين المعدومة والمتوسطة بنسبة أعلاها (59.6%) للمراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، مع انعدام المراوحة من التمثيل الرمزي لكلّ من التمثيل بالنماذج والمجسمات، والتمثيل بالمواقف الحياتية، وكذلك للمراوحة من التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى التمثيل بالمواقف الحياتية.

كما ويظهر في فقرات التقديم، أنّ المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي قد جاءت بأعلى نسبة (81.1%)، تليها المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي بنسبة (52.7%)، كما وانعدمت المراوحة من التمثيل اللفظي إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل الرمزي إلى كلّ من النماذج والمجسمات والمواقف الحياتية، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى الرمزي.

أما في فقرات التطبيق فقد جاءت المراوحة من التمثيل الرمزي إلى اللفظي بأعلى نسبة (43.6%)، تليها المراوحة من الصور والأشكال إلى الرمزي بنسبة (30.8%). كما وانعدمت المراوحة من كلّ من التمثيل الرمزي والتمثيل بالصور والأشكال إلى المواقف الحياتية. ولم تظهر أية مراوحة من التمثيل بالنماذج والمجسمات أو إليه كونه قد انعدم تماماً من فقرات تطبيق الصف السادس.

كما ونلحظ من الجدول أنّ المراوحات المتضمنة في المحتوى جاءت في فقرات التقديم بنسبة أعلى من فقرات التطبيق، باستثناء المراوحة من كلّ من التمثيل الرمزي والتمثيل بالمواقف الحياتية، إلى التمثيل اللفظي.

يُظهر الجدول رقم (4-17) النتائج الخاصة بمدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السابع الفلسطيني، على صورة تكرارات ونسب مئوية كما يلي:

الجدول رقم (4-17)

التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب السابع الفلسطيني بحسب نموذج ليش (Lesh)

التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	السابع – فلسطيني							
	فقرات التقديم(48)			فقرات التطبيق(56)			المحتوى الهندسي كاملاً	
	التكرار	النسبة	الحكم	التكرار	النسبة	الحكم	النسبة	الحكم
التمثيل اللفظي	48	%100	مرتفع جداً	46	% 82.1	مرتفع جداً	**% 90.4**	**مرتفع جداً**
التمثيل الرمزي	43	% 89.6	مرتفع جداً	45	% 80.4	مرتفع	**% 84.6**	**مرتفع**
التمثيل بالصور والأشكال	39	% 81.3	مرتفع جداً	28	% 50.0	متوسط	**% 64.4**	**مرتفع**
التمثيل بالمواقف الحياتية	10	% 20.8	ضعيف	7	% 12.5	ضعيف جداً	**% 16.3**	**ضعيف جداً**
التمثيل بالنماذج والمجسمات	2	% 4.2	ضعيف جداً	5	% 8.9	ضعيف جداً	**% 6.7**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4-17) أنّ التمثيلات اللفظية حصلت على أعلى نسبة تحقق لكلّ من فقرات التقديم والتطبيق بقيمة (100%، 82.1%) على الترتيب، يليها التمثيل الرمزي بنسبة(89.6%، 80.4%) على الترتيب، بينما جاء التمثيل بالنماذج والمجسمات بأدنى نسبة وهي (4.2%، 6.7%) على الترتيب.

ومن الملاحظ أنّ التمثيل بالصور والأشكال قد جاء مرتفعاً جداً بنسبة (81.3%) في فقرات التقديم، بينما جاء متوسطاً بنسبة (50.0%) في فقرات التطبيق.

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4-18) المراوحة بين التمثيلات المتعددة للصف السابع

الجدول رقم (4-18)

المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السابع الفلسطيني

المراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)	الصف السابع – فلسطيني				النسبة المئوية والحكم على المحتوى كاملاً	
	فقرات التقديم (48)		فقرات التطبيق (56)			
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	النسبة الكلّية	الحكم
لفظي ⟵ رمزي	22	%45.8	16	%28.6	**%36.5**	**ضعيف**
لفظي ⟵ صور وأشكال	22	%45.8	7	%12.5	**%27.9**	**ضعيف**
لفظي ⟵ نماذج ومجسمات	1	%2.1	1	%1.8	**%1.9**	**ضعيف جداً**
لفظي ⟵ مواقف حياتية	1	%2.1	1	%1.8	**%1.9**	**ضعيف جداً**
رمزي ⟵ لفظي	26	%54.1	2	%3.6	**%26.9**	**ضعيف**
رمزي ⟵ صور وأشكال	17	%35.4	8	%14.3	**%24.0**	**ضعيف**
رمزي ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
رمزي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
صور وأشكال ⟵ لفظي	31	%64.6	7	%12.5	**%36.5**	**ضعيف**
صور وأشكال ⟵ رمزي	28	%58.3	17	%30.4	**%43.3**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ نماذج ومجسمات	1	%2.1	4	%7.1	**%4.8**	**ضعيف جداً**
صور وأشكال ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
نماذج ومجسمات ⟵ لفظي	0	%0.0	1	%1.8	**%0.9**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ رمزي	0	%0.0	1	%1.8	**%0.9**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ صور وأشكال	0	%0.0	1	%1.8	**%0.9**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ⟵ لفظي	2	%4.1	4	%7.1	**%5.8**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ رمزي	0	%0.0	2	%3.6	**%1.9**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	1	%1.8	**%0.9**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ صور وأشكال	10	%20.8	4	%7.1	**%13.5**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4–18) أنّ المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي كاملاً، قد جاءت بين المعدومة والمتوسطة، وبنسبة أعلاها (43.3%) للمراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي، وقد انعدمت المراوحة من التمثيل الرمزي لكلّ من التمثيل بالنماذج والمجسمات، والمواقف الحياتية، وكذلك للمراوحة من كلا التمثيلين بالصور والأشكال، والمواقف الحياتية إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات.

وفي فقرات التقديم حصلت المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي على أعلى نسبة (64.6%)، تليها المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي بنسبة (58.3%)، كما وانعدمت المراوحات من التمثيل بالصور والأشكال إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى جميع التمثيلات الأخرى، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى كلّ من التمثيل الرمزي والنماذج والمجسمات.

أما في فقرات التطبيق فقد جاءت المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي بأعلى نسبة (30.4%)، تليها المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي بنسبة (28.6%)، فيما انعدمت المراوحات من التمثيل الرمزي إلى كلّ من النماذج والمجسمات والمواقف الحياتية، ومن التمثيل بالصور والأشكال إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل بالنماذج والمجسمات إلى المواقف الحياتية. ونلحظ من الجدول أنّ نسبة تحقق المراوحات في فقرات التطبيق أدنى من فقرات التقديم بشكل عام.

يُظهر الجدول رقم (4– 19) النتائج الخاصة بمدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب الصف الثامن الفلسطيني، على صورة تكرارات ونسب مئوية كما يلي:

الجدول رقم (4–19)

التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب الثامن الفلسطيني بحسب نموذج ليش (Lesh)

التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)	الثامن – فلسطيني							
	فقرات التقديم(41)			فقرات التطبيق(41)			المحتوى الهندسي كاملاً	
	التكرار	النسبة	الحكم	التكرار	النسبة	الحكم	النسبة	الحكم
التمثيل اللفظي	41	%100	مرتفع جداً	29	% 70.7	مرتفع	**% 85.3**	**مرتفع جداً**
التمثيل الرمزي	39	% 95.1	مرتفع جداً	38	% 92.7	مرتفع جداً	**% 93.9**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالصور والأشكال	39	% 95.1	مرتفع جداً	33	% 80.4	مرتفع جداً	**%87.8**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالمواقف الحياتية	21	% 51.2	متوسط	10	% 24.3	ضعيف	**% 37.8**	**ضعيف**
التمثيل بالنماذج والمجسمات	4	% 9.8	ضعيف جداً	0	% 0.0	معدوم	**% 4.8**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4–19) أنّ تحقق كلّ من التمثيل اللفظي، والرمزي، والصور والأشكال قد جاء مرتفعاً جداً في المحتوى الهندسي كاملاً، بينما جاء التمثيل بالمجسمات والنماذج ضعيفاً جداً. وأنّ التمثيلات اللفظية قد حصلت على أعلى نسبة تحقق لفقرات التقديم بقيمة (100%) يليها التمثيلان اللفظي والرمزي بنسبة (95.1%) ، وجاء التمثيل بالنماذج والمجسمات بأدنى نسبة وهي (9.8%).

أمّا في فقرات التطبيق فنلاحظ أنّ أعلى تحقق كان للتمثيل الرمزي بنسبة (92.7%) يليه التمثيل بالصور والأشكال بنسبة (80.4%)، أما أدني نسبة تحقق فقد كانت للتمثيل بالنماذج والمجسمات والتي انعدمت تماماً في المحتوى الهندسي لفقرات التطبيق. ومن الملاحظ أنّ التمثيل بالمواقف الحياتية قد جاء متوسطاً في فقرات التقديم وضعيفاً في فقرات التطبيق.

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4-20) المراوحات بين التمثيلات المتعددة للصف الثامن.

الجدول رقم (4-20)

المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب الصف الثامن الفلسطيني

المراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)	الصف الثامن – فلسطيني				النسبة المئوية والحكم في المحتوى كاملاً	
	فقرات التقديم (41)		فقرات التطبيق (41)			
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	النسبة الكلّية	الحكم
لفظي ← رمزي	34	%82.9	14	%34.7	%58.5	متوسط
لفظي ← صور وأشكال	32	%78.0	13	%31.7	%54.9	متوسط
لفظي ← نماذج ومجسمات	8	%19.5	0	%0.0	%9.7	ضعيف جداً
لفظي ← مواقف حياتية	0	%0.0	1	%2.4	%1.2	ضعيف جداً
رمزي ← لفظي	33	%80.5	13	%31.7	%56.1	متوسط
رمزي ← صور وأشكال	33	%80.5	23	%56.1	%68.3	مرتفع
رمزي ← نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	%0.0	معدوم
رمزي ← مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	%0.0	معدوم
صور وأشكال ← لفظي	30	%73.2	11	%26.8	%50.0	متوسط
صور وأشكال ← رمزي	40	%97.6	30	%73.2	%85.4	مرتفع جداً
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	8	%19.5	0	%0.0	%9.8	ضعيف جداً
صور وأشكال ← مواقف حياتية	2	%4.9	0	%0.0	%2.4	ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← لفظي	6	%14.6	0	%0.0	%7.3	ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← رمزي	0	%0.0	0	%0.0	%0.0	معدوم
نماذج ومجسمات ← صور وأشكال	0	%0.0	0	%0.0	%0.0	معدوم
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	%0.0	ضعيف جداً
مواقف حياتية ← لفظي	13	%31.7	4	%9.8	%20.7	ضعيف
مواقف حياتية ← رمزي	9	%22.0	4	%9.8	%15.9	ضعيف جداً
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	1	%2.4	0	%0.0	%1.2	ضعيف جداً
مواقف حياتية ← صور وأشكال	13	%31.7	8	%19.5	%25.6	ضعيف

يظهر الجدول رقم (4–20) أنّ المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى الرمزي قد حصلت على أعلى نسبة (97.6%) في التقديم، تليها المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي بنسبة (82.9%)، كما وانعدمت المراوحات من التمثيل اللفطي إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل الرمزي إلى كلّ من النماذج والمجسمات والمواقف الحياتية، ومن النماذج والمجسمات إلى كلّ التمثيلات عدا اللفظي.

أما في فقرات التطبيق فقد جاءت المراوحات من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي بأعلى نسبة (73.2%)، تليها المراوحات من التمثيل الرمزي إلى الصور والأشكال بنسبة (56.1%)، كما وانعدمت المراوحات من التمثيلين الرمزي والصور والأشكال إلى المواقف الحياتية، ، ولم تظهر أيّة مراوحة بين التمثيل بالنماذج والمجسمات وإليه بسبب انعدامه في محتوى التطبيق. ومن الملاحظ أنّ نسبة تحقق المراوحات في فقرات التطبيق أدنى من فقرات التقديم بشكل عام.

5:4 نتائج الإجابة عن السؤال الخامس: ما مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية (كامبردج) للمرحلة من (6– 8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh) ؟

تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى الهندسة في كتب الرياضيات البريطانية التابعة لكامبردج، ولكلّ من الصف السادس والسابع والثامن، وذلك باستخدام أداة التحليل الخاصة بنموذج ليش(Lesh) للتمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها، حيث تمّ تفريغ التمثيلات المتوفرة في فقرات التقديم وفقرات التطبيق لكلّ صف، ورصد المراوحات في جداول خاصة .

يظهر الجدول رقم (4–21) النتائج الخاصة بمدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب الصف السادس، على صورة تكرارات ونسب مئوية كما يلي:

الجدول رقم (4–21)

التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السادس بحسب نموذج ليش(Lesh).

التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	السادس – بريطاني/كامبردج							
	فقرات التقديم(57)			فقرات التطبيق(106)			المحتوى الهندسي كاملاً	
	التكرار	النسبة	الحكم	التكرار	النسبة	الحكم	النسبة	الحكم
التمثيل اللفظي	56	% 98.2	مرتفع جداً	83	% 78.0	مرتفع	**% 85.2**	**مرتفع جداً**
التمثيل الرمزي	42	% 75.0	مرتفع	85	% 80.2	مرتفع جداً	**% 77.9**	**مرتفع**
التمثيل بالصور والأشكال	56	% 98.2	مرتفع جداً	102	% 96.2	مرتفع جداً	**% 96.9**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالمواقف الحياتية	2	% 3.5	ضعيف جداً	10	% 9.4	ضعيف جداً	**% 7.3**	**ضعيف جداً**
التمثيل بالنماذج والمجسمات	0	% 0.0	معدوم	0	% 0.0	معدوم	**% 0.0**	**معدوم**

يظهر من الجدول رقم (4–21) أنّ كلّاً من التمثيل اللفظي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاء مرتفعاً جداً في المحتوى الهندسي كاملاً، بينما جاء التمثيل بالمواقف الحياتية ضعيفاً جداً، وانعدم التمثيل بالمجسمات والصور.

كما ويظهر أنّ التمثيل بالصور والأشكال والتمثيل اللفظي قد حصلا على أعلى نسبة في فقرات التقديم (98.2%) يليهما التمثيل الرمزي بنسبة (75.0%)، بينما انعدم تحقق التمثيل بالمجسمات والنماذج. كما وحصل التمثيل بالصور والأشكال على أعلى نسبة في فقرات التطبيق أيضاً، وبقيمة (96.9%) يليها التمثيل اللفظي بنسبة (85.2%)، بينما جاء التمثيل بالمجسمات والنماذج معدوماً. وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4–22) المراوحات بين التمثيلات المتعددة للصف السادس.

الجدول رقم (4-22)

المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السادس بحسب نموذج ليش

المراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	الصف السادس – بريطاني/كامبردج				النسبة المئوية والحكم في المحتوى كاملاً	
	فقرات التقديم (57)		فقرات التطبيق (106)			
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	النسبة الكلّية	الحكم
لفظي ⟵ رمزي	24	%42.1	17	%13.3	**%25.2**	**ضعيف جداً**
لفظي ⟵ صور وأشكال	54	%94.7	58	%54.7	**%68.7**	**مرتفع**
لفظي ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
لفظي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
رمزي ⟵ لفظي	23	%40.4	14	%13.2	**%22.7**	**ضعيف**
رمزي ⟵ صور وأشكال	32	%56.1	64	%60.4	**%58.9**	**متوسط**
رمزي ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
رمزي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
صور وأشكال ⟵ لفظي	49	%86.0	45	%42.5	**%57.7**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ رمزي	34	%60.0	59	%55.7	**%57.1**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
صور وأشكال ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	1	%0.9	**%0.6**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ لفظي	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
نماذج ومجسمات ⟵ رمزي	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
نماذج ومجسمات ⟵ صور وأشكال	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
نماذج ومجسمات ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ⟵ لفظي	1	%1.8	0	%0.0	**%0.6**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ رمزي	0	%0.0	2	%0.19	**%1.2**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ صور وأشكال	1	%1.8	5	%4.7	**%3.7**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4–22) أنّ المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي كاملاً، قد جاءت بين المعدومة والمتوسطة، باستثناء المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال حيث جاءت مرتفعة بنسبة (68.7%).

ونلحظ أنّ المراوحات من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالصور والأشكال قد حصلت على أعلى نسبة (94.7%) في فقرات التقديم، تليها المراوحات من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي بنسبة (86.0%)، كما وانعدمت المراوحات من التمثيلين اللفظي والرمزي إلى المواقف حياتية، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى الرمزي.

أمّا في فقرات التطبيق فقد جاءت المراوحات من التمثيل الرمزي إلى الصور والأشكال بأعلى نسبة (60.4%)، تليها المراوحات من الصور والأشكال إلى الرمزي بنسبة (55.7%). ونلحظ انعدام المراوحات من التمثيلين اللفظي والرمزي إلى المواقف الحياتية، ومن التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي.

ولم تظهر أيّة مراوحة من النماذج والمجسمات أو إليها، كونها قد انعدمت من المحتوى الهندسي كاملاً.

يُظهر الجدول رقم (4–21) النتائج الخاصة بمدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج البريطاني للصف السابع، على صورة تكرارات ونسب مئوية كما يلي:

الجدول رقم (4-23)

التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السابع بحسب نموذج ليش(Lesh)

التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)	السابع- بريطاني/كامبردج							
	فقرات التقديم(43)			فقرات التطبيق(79)			المحتوى الهندسي كاملاً	
	التكرار	النسبة	الحكم	التكرار	النسبة	الحكم	النسبة	الحكم
التمثيل اللفظي	43	%100	مرتفع جداً	75	% 94.9	مرتفع جداً	**%96.7**	**مرتفع جداً**
التمثيل الرمزي	30	%69.8	مرتفع	68	% 86.1	مرتفع جداً	**% 80.3**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالصور والأشكال	41	%95.3	مرتفع جداً	73	% 92.4	مرتفع جداُ	**%93.4**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالمواقف الحياتية	4	% 9.3	ضعيف جداً	5	%6.3	ضعيف جداً	**% 7.4**	**ضعيف جداً**
التمثيل بالنماذج والمجسمات	0	% 0.0	معدوم	3	% 3.8	ضعيف جداً	**% 2.4**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4-23) أنّ التمثيل اللفظي والرمزي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاء مرتفعاً جداً في المحتوى الهندسي كاملاً، بينما التمثيل بالمواقف الحياتية، وبالنماذج والمجسمات ضعيفاً جداً.

كما ويظهر أنّ التمثيلات اللفظية قد حصلت على أعلى نسبة تحقق لكلّ من فقرات التقديم والتطبيق بقيمة (100%، 96.7%) على الترتيب، يليهما التمثيل بالصور والأشكال بنسبة (95.3%، 93.4%) على الترتيب. بينما جاء التمثيل بالنماذج والمجسمات معدوماً في فقرات التقديم، وبأدنى نسبة (3.6%) في فقرات التطبيق.

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4-24) المراوحات بين التمثيلات المتعددة في الصف السابع.

الجدول رقم (4-24)

المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف السابع بحسب نموذج ليش

المراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)	الصف السابع- بريطاني/ كامبردج				النسبة المئوية والحكم في المحتوى كاملاً	
	فقرات التقديم (43)		فقرات التطبيق (79)			
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	النسبة الكلّية	الحكم
لفظي ⟵ رمزي	10	%23.3	18	%22.8	**%23.0**	**ضعيف**
لفظي ⟵ صور وأشكال	29	%67.4	31	%39.2	**%49.2**	**متوسط**
لفظي ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	1	%1.3	**%0.8**	**ضعيف جداً**
لفظي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	1	%1.3	**%0.8**	**ضعيف جداً**
رمزي ⟵ لفظي	10	%23.3	15	%19.0	**%20.5**	**ضعيف**
رمزي ⟵ صور وأشكال	17	%39.5	32	%40.5	**%40.2**	**متوسط**
رمزي ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	1	%1.3	**%0.8**	**ضعيف جداً**
رمزي ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
صور وأشكال ⟵ لفظي	30	%69.8	38	%48.1	**%55.7**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ رمزي	20	%46.5	34	%43.0	**%44.3**	**متوسط**
صور وأشكال ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	3	%5.1	**%3.2**	**ضعيف جداً**
صور وأشكال ⟵ مواقف حياتية	1	%2.3	1	%1.3	**%1.6**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ لفظي	0	%0.0	1	%1.3	**%0.8**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ رمزي	0	%0.0	1	%1.3	**%0.8**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ صور وأشكال	0	%0.0	3	%5.1	**%3.2**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ⟵ مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ⟵ لفظي	1	%2.3	4	%5.1	**%4.1**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ رمزي	1	%2.3	3	%3.8	**%3.2**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ⟵ نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ⟵ صور وأشكال	1	%2.3	4	%5.1	**%4.1**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4–24) أنّ المراوحة بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي كاملاً، قد جاءت بين المعدومة والمتوسطة، بنسبة أعلاها (55.7%) للمراوحة بين التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، بينما أنعدمت المراوحات من التمثيلين الرمزي والصور والأشكال إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات، ومنه إلى التمثيل بالمواقف الحياتية أيضاً.

ونلحظ من الجدول أنّ المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي قد حصلت على أعلى نسبة (69.8%) في فقرات التقديم، تليها المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال بنسبة (67.4%)، كما وانعدمت المراوحات بين التمثيل بالنماذج والمجسمات وجميع التمثيلات الأخرى، ومن التمثيلين الرمزي واللفظي إلى التمثيل بالمواقف الحياتية.

أما في فقرات التطبيق فقد جاءت المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي بأعلى نسبة (48.1%)، تليها المراوحات من التمثيل بالصور والأشكال إلى الرمزي بنسبة (43.0%). كما وانعدمت المراوحات من التمثيل الرمزي إلى التمثيل بالمواقف الحياتية. ونظراً لانعدام النماذج والمجسمات من فقرات التقديم فإننا لم نلحظ أية مراوحات خاصة به.

ومن الملاحظ تقارب النسب المئوية للمراوحات بين التمثيلات الظاهرة في فقرات التقديم وفقرات التطبيق، باستثناء المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، ولصالح فقرات التقديم.

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4–25)، النتائج الخاصة بمدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج البريطاني للصف الثامن، على صورة تكرارات ونسب مئوية.

الجدول رقم (4-25)

التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف الثامن بحسب نموذج ليش

التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)	الثامن – بريطاني/ كامبردج							
	فقرات التقديم(60)			فقرات التطبيق(152)			المحتوى الهندسي كاملاً	
	التكرار	النسبة	الحكم	التكرار	النسبة	الحكم	النسبة	الحكم
التمثيل اللفظي	60	%100	مرتفع جداً	146	% 96.1	مرتفع جداً	**%97.1**	**مرتفع جداً**
التمثيل الرمزي	39	% 65	مرتفع	126	%82.9	مرتفع جداً	**% 77.8**	**مرتفع**
التمثيل بالصور والأشكال	50	% 83.3	مرتفع جداً	139	% 91.4	مرتفع جداُ	**%89.1**	**مرتفع جداً**
التمثيل بالمواقف الحياتية	15	% 25	ضعيف	39	% 25.7	ضعيف	**% 25.4**	**ضعيف**
التمثيل بالنماذج والمجسمات	1	% 1.7	ضعيف جداً	11	% 7.2	ضعيف جداً	**% 5.6**	**ضعيف جداً**

يظهر من الجدول رقم (4-25) أنّ التمثيل اللفظي، والتمثيل بالصور والأشكال قد جاء مرتفعاً جداً في المحتوى الهندسي كاملاً وبنسبة (97.1%، 89.1%) على الترتيب، بينما جاء التمثيل بالنماذج والمجسمات ضعيفاً جداً، وبأدنى نسبة تحقق (5.6%).

كما ويظهر أنّ التمثيل اللفظي قد حصل على أعلى نسبة لكلّ من فقرات التقديم والتطبيق بقيمة (100% ، 97.1 %) على الترتيب، يليهما التمثيل بالصور والأشكال بنسبة (83.3%، 91.4%) على الترتيب، بينما جاء التمثيل بالنماذج والمجسمات بأدنى نسبة (1.7%، 5.6%) على الترتيب. ومن الملاحظ أنّ جميع التمثيلات قد جاءت في فقرات تطبيق المحتوى بنسبة أعلى من فقرات تقديمه، باستثناء التمثيلات اللفظية .

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4-26) المراوحات بين التمثيلات المتعددة للصف الثامن.

جدول رقم (4-26)

المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج للصف الثامن بحسب نموذج ليش

المراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)	الصف الثامن – بريطاني/ كامبردج				النسبة المئوية والحكم على المحتوى كاملاً	
	فقرات التقديم (60)		فقرات التطبيق (152)			
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	النسبة الكلّية	الحكم
لفظي ← رمزي	32	%53.3	52	%34.2	**%39.6**	**متوسط**
لفظي ← صور وأشكال	42	%70.0	95	%62.5	**%64.6**	**مرتفع**
لفظي ← نماذج ومجسمات	0	%0.0	3	%2.0	**%1.4**	**ضعيف جداً**
لفظي ← مواقف حياتية	0	%0.0	12	%7.9	**%5.7**	**ضعيف جداً**
رمزي ← لفظي	30	%50.0	50	%32.9	**%37.7**	**ضعيف**
رمزي ← صور وأشكال	26	%43.3	70	%46.1	**%45.3**	**متوسط**
رمزي ← نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
رمزي ← مواقف حياتية	3	%5.0	3	%2.0	**%2.8**	**ضعيف جداً**
صور وأشكال ← لفظي	42	%70.0	54	%35.5	**%45.3**	**متوسط**
صور وأشكال ← رمزي	30	%50.0	88	%57.9	**%55.7**	**متوسط**
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	0	%0.0	6	%3.9	**%2.8**	**ضعيف جداً**
صور وأشكال ← مواقف حياتية	0	%0.0	5	%3.3	**%2.4**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ← لفظي	0	%0.0	2	%1.3	**%0.9**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ← رمزي	0	%0.0	1	%0.7	**%0.5**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ← صور وأشكال	0	%0.0	11	%7.2	**%5.1**	**ضعيف جداً**
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ← لفظي	14	%23.3	25	%16.4	**%18.4**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ← رمزي	4	%6.7	5	%3.3	**%4.3**	**ضعيف جداً**
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	0	%0.0	0	%0.0	**%0.0**	**معدوم**
مواقف حياتية ← صور وأشكال	13	%21.7	31	%20.4	**%20.7**	**ضعيف**

يظهر من الجدول رقم (4-26) أنّ المراوحات بين التمثيلات المتعددة في المحتوى الهندسي كاملاً، قد جاءت بين المعدومة والمتوسطة، باستثناء المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال

حيث جاءت مرتفعة بنسبة (64.6%)، تليها المراوحة بين التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي بنسبة متوسطة (55.7%). وقد انعدامت المراوحات من التمثيل الرمزي إلى التمثيل بالنماذج والمجسمات، وبين التمثيل بالمواقف الحياتية والنماذج والمجسمات أيضاً.

كما يظهر أنّ المراوحات بين التمثيل بالصور والأشكال واللفظي قد حصلت على أعلى نسبة (70.0%) في التقديم، تليها المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي بنسبة (53.3%)، وقد انعدمت المراوحات من التمثيل اللفطي إلى كلّ من النماذج والمجسمات والمواقف الحياتية، ومن التمثيل بالصور والأشكال إليهما، كما وانعدمت المراوحات من النماذج والمجسمات إلى جميع التمثيلات الأُخرى. أما في التطبيق فقد جاءت المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال بأعلى نسبة (62.5%)، تليها المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى الرمزي بنسبة (57.9%).

6:4 نتائج الإجابة عن السؤال السادس: أين يكمن الاختلاف والتشابه بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها؟

للإجابة عن هذا السؤال تمّ تحليل محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية وذلك للصفوف السادس والسابع والثامن ، وذلك باستخدام نموذج التحليل الخاص برصد التمثيلات الرياضية والمراوحات بينها بحسب نموذج ليش (Lesh) ، ثم وضعها في جدول للمقارنة.

وفيما يلي يُظهر الجدول رقم (4–27) مقارنة تضمين التمثيلات المتعددة بحسب نموذج ليش بين المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية والبريطانية.

جدول رقم (4-27)

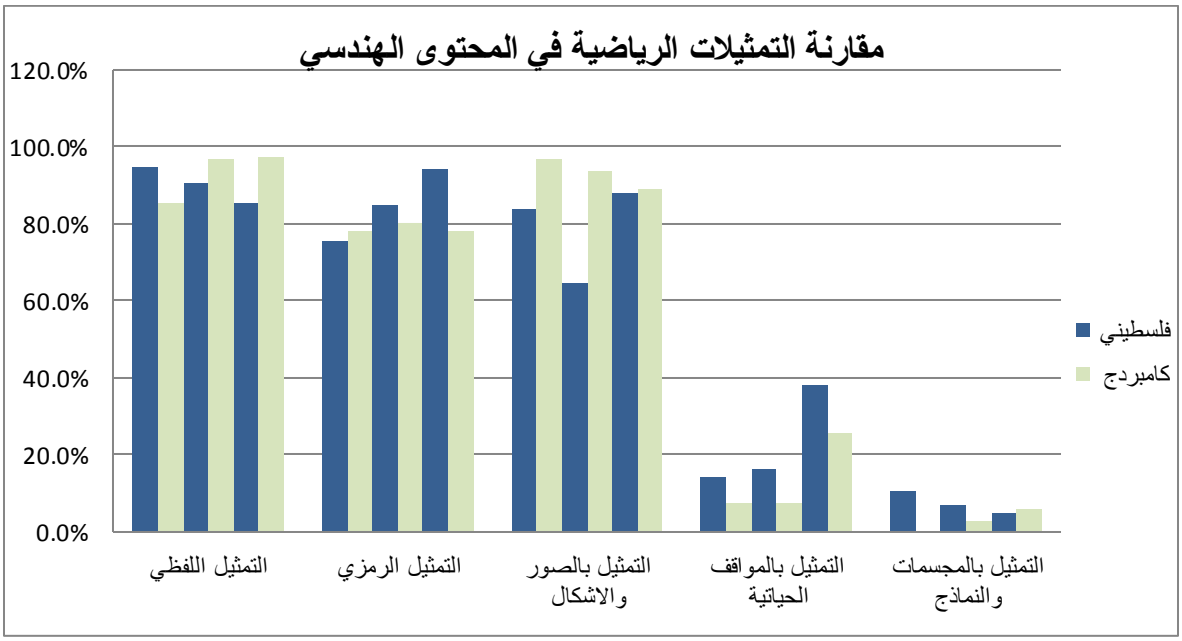
مقارنة تضمين المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من(6-8) للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)

مقارنة التمثيلات في المحتوى الهندسي	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
التمثيل اللفظي	%94.7 مرتفع جداً	%85.2 مرتفع جداً	%90.4 مرتفع جداً	%96.7 مرتفع جداً	%85.3 مرتفع جداً	%97.1 مرتفع جداً
التمثيل الرمزي	%75.5 مرتفع	%77.9 مرتفع	%84.6 مرتفع جداً	% 80.3 مرتفع جداً	%93.9 مرتفع جداً	% 77.8 مرتفع
التمثيل بالصور والأشكال	%83.9 مرتفع جداً	%96.9 مرتفع جداً	%64.4 مرتفع	%93.4 مرتفع جداً	%87.8 مرتفع جداً	%89.1 مرتفع جداً
التمثيل بالمواقف الحياتية	%13.8 ضعيف جداً	%7.3 ضعيف جداً	%16.3 ضعيف جداً	%7.4 ضعيف جداً	%37.8 ضعيف	%25.4 ضعيف
التمثيل بالنماذج والمجسمات	%10.6 ضعيف جداً	% 0.0 معدوم	%6.7 ضعيف جداً	% 2.4 ضعيف جداً	%4.8 ضعيف جداً	%5.6 ضعيف جداً

يظهر من الجدول رقم (4-27) تشابه الكتب الفلسطينية والبريطانية في تضمين التمثيل اللفظي بصورة مرتفعة جداً، والتمثيل بالمواقف الحياتية بصورة ضعيفة جداً إلى ضعيفة.

ونلحظ تبايناً بينهما في تضمين التمثيل الرمزي للصف الثامن، حيث جاء مرتفعاً جداً بنسبة (93.9%) في المحتوى الفلسطيني مقابل (77.8%) لنظيره البريطاني. وتبايناً في التمثيل بالصور والأشكال للصف السابع، والذي جاء مرتفعاً جداً بنسبة (93.4%) في محتوى كامبردج، مقابل نسبة (64.4%) لنظيره الفلسطيني. كما ونلحظ أنّ التمثيل بالنماذج والمجسمات والذي جاء ضعيفاً جداً بصورة عامة وبنسبة أعلاها (10.6%) لمحتوى السادس الفلسطيني، قد انعدام في محتوى كامبردج المناظر.

وبالنظر إلى مقارنة التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي بالجدول رقم (4–27) وتمثيلها بالشكل رقم (4–3)، نلحظ أنّ تضمين الكتب الفلسطينية للتمثيل الرمزي قد جاء بنسبة أعلى من نظيرتها في كامبردج البريطانية، بينما تضمنت الأخيرة التمثيل بالصور والأشكال بصورة أعلى من الكتب الفلسطينية. أمّا التمثيل بالمواقف الحياتية، وبالرغم من ضعف تضمينه، إلاّ أننا نلحظ تحققه في الكتب الفلسطينية بصورة أعلى من كتب كامبردج البريطانية.



الشكل (4–3): مقارنة تضمين المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)

وفيما يلي نتيجة مقارنة المراوحات بين التمثيلات المتعددة، حيث يظهر الجدول رقم (4–28) ملخص النتائج المتشابهة بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج، والجدول رقم (4–29) ملخص النتائج المختلفة بينهما.

الجدول رقم(4-28)

أوجه التشابه بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من 6-8 من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh) في المحتوى الهندسي كاملاً

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← نماذج ومجسمات	%3.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%10.9 ضعيف جداً	%1.4 ضعيف جداً
لفظي ← مواقف حياتية	%1.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%1.2 ضعيف جداً	%5.7 ضعيف جداً
رمزي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.8 ضعيف جداً
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	%6.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%4.8 ضعيف جداً	%3.2 ضعيف جداً	%9.8 ضعيف جداً	%2.8 ضعيف جداً
صور وأشكال ← مواقف حياتية	%1.1 ضعيف جداً	%0.6 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.6 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← لفظي	%8.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%8.5 ضعيف جداً	%0.9 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← رمزي	%1.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%0.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.5 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← صور واشكال	%5.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%3.2 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%5.1 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.2 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← لفظي	%7.4 ضعيف جداً	%0.6 ضعيف جداً	%5.8 ضعيف جداً	%4.1 ضعيف جداً	%20.7 ضعيف	%18.4 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← رمزي	%2.1 ضعيف جداً	%1.2 ضعيف جداً	%1.9 ضعيف جداً	%3.2 ضعيف جداً	%15.9 ضعيف جداً	%4.3 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	%2.1 ضعيف جداً	%0.6 ضعيف جداً	%0.9 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← صور وأشكال	%4.3 ضعيف جداً	%3.7 ضعيف جداً	%13.5 ضعيف جداً	%4.1 ضعيف جداً	%25.6 ضعيف	%20.7 ضعيف

يُظهر الجدول رقم (4–28) أنّ غالبية المراوحات التي تشابه تحققها في المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية قد جاءت بين الضعيفة جداً والمعدومة، وبأنها متعلقة بمراوحات التمثيل بالصور والأشكال والتمثيل بالمجسمات. وأنّ أعلاها للمراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالصور والأشكال للصف الثامن وبنسبة (25.6%، 20.7%) للمحتوى الفلسطيني والبريطاني على الترتيب، تليها المراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي لنفس الصف وبنسبة (20.7%، 18.4%) للمحتوى الفلسطيني والبريطاني على الترتيب.

جدول رقم(4–29)

أوجه الاختلاف بين المحتوى الهندسي كاملاً في الكتب الفلسطينية وكامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← رمزي	%18.1 ضعيف جداً	%25.2 ضعيف	%36.5 ضعيف	%23.0 ضعيف	%58.5 متوسط	%39.6 ضعيف
لفظي ← صور وأشكال	%31.9 ضعيف	%68.7 مرتفع	%27.9 ضعيف	%49.2 متوسط	%54.9 متوسط	%64.6 مرتفع
رمزي ← لفظي	%35.1 ضعيف	%22.7 ضعيف	%26.9 ضعيف	%20.5 ضعيف	%56.1 متوسط	%37.7 ضعيف
رمزي ← صور واشكال	%21.3 ضعيف	%58.9 متوسط	%24.0 ضعيف	%40.2 متوسط	%68.3 مرتفع	%45.3 متوسط
صور وأشكال ← لفظي	%59.6 متوسط	%57.7 متوسط	%36.5 ضعيف	%55.7 متوسط	%50.0 متوسط	%45.3 متوسط
صور وأشكال ← رمزي	%43.6 متوسط	%57.1 متوسط	%43.3 متوسط	%44.3 متوسط	%85.4 مرتفع جداً	%55.7 متوسط

يظهر من الجدول رقم (4–29) تبايناً في تضمين المحتوى الهندسي للمراوحة بين التمثيلين اللفظي والرمزي لصالح المحتوى الفلسطيني، وذلك بنسبة أعلاها (58.5%) لمحتوى الصف الثامن الفلسطيني، يقابلها (39.6%) لمحتوى كامبردج المناظر.

كما يُظهر الجدول تبايناً واضحاً في نسبة تحقق المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، حيث جاءت ضعيفة بنسبة (31.9%، 27.7%) للصفين السادس والسابع الفلسطينيين، مقابل نسبة مرتفعة (68.7%) ومتوسطة (49.2%) لكتب كامبردج المناظرة على الترتيب، كما وظهر اختلافاً في تحققها للصف الثامن، بحيث ظهرت متوسطة في الكتاب الفلسطيني بنسبة (54.9%)، ومرتفعة بنسبة (64.6%) في الكتاب البريطاني. ونلحظ أنه في حين جاء التمثيل من الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي متوسطاً للصفين السادس والثامن، فإن محتوى كامبردج للصف السابع قد تقدم بنسبة (55.7%) عن نظيره الفلسطيني والذي جاء ضعيفاً بنسبة (36.5%).

ونلحظ أنّ المراوحة بين التمثيل الرمزي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاءت لصالح محتوى كامبردج، وبصورة متوسطة للصفين السادس والسابع، مقابل نسبة ضعيفة إلى متوسطة للمحتوى الفلسطيني المناظر، بينما تقدم المحتوى الفلسطيني في تضمينهما بصورة مرتفعة في الصف الثامن وبنسبة أعلاها (85.4%) للمراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل الرمزي

ولرؤية أكثر تعمقاً في مقارنة فقرات التحليل، تم رصد نتائج كلّ من فقرات التقديم والتطبيق. وفيما يلي يظهر الجدول رقم (4–30) أوجه التشابه والاختلاف في تضمين التمثيلات الرياضية بين محتوى التقديم الفلسطيني وكامبردج البريطاني، يليه الجدولان (4–31) و(4–32) لرصد التشابه والاختلاف في المراوحات بينها.

جدول رقم(4-30)

مقارنة التمثيلات الرياضية في فقرات التقديم بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من(6-8) بحسب نموذج ليش (Lesh)

مقارنة التمثيلات في فقرات التقديم بحسب نموذج ليش	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
التمثيل اللفظي	% 96.4 مرتفع جداً	%98.2 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً	%100 مرتفع جداً
التمثيل الرمزي	%78.2 مرتفع	%75.0 مرتفع	%89.6 مرتفع جداً	%69.8 مرتفع	%95.1 مرتفع جداً	%65 مرتفع
التمثيل بالصور والاشكال	%94.5 مرتفع جداً	%98.2 مرتفع جداً	%81.3 مرتفع جداً	%95.3 مرتفع جداً	%95.1 مرتفع جداً	%83.3 مرتفع جداً
التمثيل بالمواقف الحياتية	%16.3 ضعيف جداً	%3.5 ضعيف جداً	%20.8 ضعيف	%9.3 ضعيف جداً	%51.2 متوسط	%25 ضعيف
التمثيل بالنماذج والمجسمات	%18.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%4.2 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%9.8 ضعيف جداً	%1.7 ضعيف جداً

يظهر من الجدول رقم (4-30) أنّ تضمين التمثيل اللفظي قد تشابه في جميع الكتب بمعدل مرتفع جداً، وبنسبة أعلاها (100%) للصفوف السابع والثامن. أما التمثيل الرمزي فقد تشابه تضمينه للصف السادس بنسبة مرتفعة، واختلف في الصفين السابع والثامن، حيث جاء مرتفعاً جداً بنسبة (89.6%،95.1%) في المحتوى الفلسطيني، مقابل نسبة مرتفعة (69.8%، 65.0%) لمحتوى كامبردج المناظر.

ونلاحظ أنّ تضمين التمثيل بالمواقف الحياتية قد تشابه للصف السادس بنسبة ضعيفة جداً، بينما اختلف في الصفين السابع والثامن، حيث جاء بنسبة ضعيفة (20.8%) في كتاب السابع الفلسطيني، مقابل نسبة ضعيفة جداً (9.3%) لكتاب كامبردج المناظر، وبنسبة متوسطة (51.2%) في كتاب السابع الفلسطيني، مقابل نسبة ضعيفة (25.0%) لكتاب كامبردج.

كما ونلاحظ من الجدول أنّ تضمين التمثيل بالنماذج والمجسمات قد جاء بنسبة منخفضة جداً في المحتوى الفلسطيني، بينما انعدم تماماً في محتوى كامبردج للصفين السادس والسابع.

جدول رقم (4-31)

أوجه التشابه بين فقرات تقديم المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6- 8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش (Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%5.0 ضعيف جدا
صور وأشكال ← لفظي	%81.1 مرتفع جدا	%86.0 مرتفع جدا	%64.6 مرتفع	%69.8 مرتفع	%73.2 مرتفع	%70.0 مرتفع
صور وأشكال ← مواقف حياتية	%1.8 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.3 ضعيف جدا	%4.9 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← رمزي	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← لفظي	%1.8 ضعيف جدا	%1.8 ضعيف جدا	%4.1 ضعيف جدا	%2.3 ضعيف جدا	%31.7 ضعيف	%23.3 ضعيف
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	%3.6 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جدا	%0.0 معدوم

يظهر الجدول رقم (4-31) أنّ المراوحات التي تشابه تحققها في فقرات التقديم للمحتوى الهندسي، لكلّ من الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية قد جاءت شبه معدومة، وتعلقت إما بالمواقف

الحياتية أو بالنماذج والمجسمات، باستثناء المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، حيث ظهرت مرتفعة جداً بنسبة (81.1%، 86.0%) في محتوى الصف السادس الفلسطيني وكامبردج البريطاني على الترتيب، ومرتفعة لمحتوى الصفين الآخرين.

جدول رقم (4-32)

أوجه الاختلاف بين فقرات تقديم المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6-8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← رمزي	%18.2 ضعيف جدا	%42.1 متوسط	%45.8 متوسط	%23.3 ضعيف	%82.9 مرتفع جدا	%53.3 متوسط
لفظي ← صور وأشكال	%34.5 ضعيف	%94.7 مرتفع جدا	%45.8 متوسط	%67.4 مرتفع	%78.0 مرتفع جدا	%70.0 مرتفع جدا
لفظي ← نماذج ومجسمات	%5.5 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%2.1 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%19.5 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
رمزي ← لفظي	%29.1 ضعيف	%40.4 متوسط	%54.1 متوسط	%23.3 ضعيف	%80.5 مرتفع جدا	%50.0 متوسط
رمزي ← صور واشكال	%23.6 ضعيف	%56.1 متوسط	%35.4 ضعيف	%39.5 ضعيف	%80.5 مرتفع جدا	%43.3 متوسط
صور وأشكال ← رمزي	%52.7 متوسط	%60.0 مرتفع	%58.3 متوسط	%46.5 متوسط	%97.6 مرتفع جدا	%50.0 متوسط
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	%10.9 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%2.1 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%19.5 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← لفظي	%12.7 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%14.6 ضعيف جدا	%0.0 معدوم
نماذج ومجسمات ← صور واشكال	%9.1 ضعيف جدا	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← رمزي	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.3 ضعيف جدا	%22.0 ضعيف	%6.7 ضعيف جدا
مواقف حياتية ← صور وأشكال	%5.5 ضعيف جدا	%1.8 ضعيف جدا	%20.8 ضعيف	%2.3 ضعيف جدا	%31.7 ضعيف	%21.7 ضعيف

يظهر من الجدول رقم (4–32) تبايناً واضحاً بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج في تضمين فقرات التقديم للمراوحة بين التمثيل اللفظي والتمثيل الرمزي، وذلك بمقدار أعلاه مرتفعاً بنسبة (82.9%) لكتاب الصف الثامن الفلسطيني، يقابلها (53.3%) لكتاب كامبردج المناظر، وأدناه منخفضاً جداً بنسبة (18.2%) للصف السادس الفلسطيني، يقابله نسبة (42.1%) لكتاب كامبردج.

ونلاحظ اختلافاً في تضمين المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال، حيث جاءت ضعيفة بنسبة (34.5%) لمحتوى السادس الفلسطيني، ومرتفعة جداً (94.7%) لكتاب كامبردج. كما ويظهر الجدول أنّه في حين جاءت المراوحة من التمثيل اللفظي إلى النماذج والمجسمات ضعيفة جداً في الكتب الفلسطينية بنسبة أعلاها (19.5%) لكتاب الثامن، فإنها قد انعدمت تماماً في الكتب البريطانية.

ونلاحظ أنّ تضمين المراوحات بين التمثيل الرمزي والتمثيل بالصور والأشكال، قد جاءت في محتوى كامبردج للصف السادس بصورة أعلى من نظيره الفلسطيني، بينما تفوق محتوى الثامن الفلسطيني بتضمينها بصورة مرتفعة جداً، مقابل تضمين متوسط في كامبردج البريطاني.

كما ونلاحظ أنّه في حين جاءت المراوحة بين التمثيل بالنماذج والمجسمات وكلّ من التمثيلين اللفظي والصور والأشكال ضعيفة جداً في فقرات تقديم الكتب الفلسطينية بنسبة أعلاها (19.5%) لكتاب الثامن، فإنها قد انعدمت تماماً في الكتب البريطانية المناظرة.

أمّا المراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل الرمزي، فقد تباينت بصورة واضحة في الصف الثامن، حيث ظهرت ضعية بنسبة (22.0%) في الكتاب الفلسطيني، مقابل نسبة ضعيفة

جداً (6.7%) في كتاب كامبردج. كما أنّ المراوحة من المواقف الحياتية إلى الصور والأشكال قد تباينت بصورة واضحة في الصف السابع، ففي حين ظهرت ضعيفة بنسبة (20.8%) في الكتاب الفلسطيني، فإنّها جاءت ضعيفة جداً بنسبة (2.3%) في كتاب كامبردج.

وفيما يلي يرصد الجدول (4–33) أوجه التشابه والاختلاف في تضمين فقرات التطبيق للتمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش، في كتب الصفوف الثلاثة الفلسطينية والبريطانية، يليه الجدولان (4–34) و(4–35) لرصد التشابه والاختلاف في المراوحات بينها.

الجدول رقم (4–33)

مقارنة التمثيلات الرياضية في فقرات التطبيق بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) بحسب نموذج ليش (Lesh)

مقارنة التمثيلات في فقرات التطبيق بحسب نموذج ليش	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
التمثيل اللفظي	%92.3 مرتفع جداً	%78.0 مرتفع	%82.1 مرتفع جداً	%94.9 مرتفع جداً	%70.7 مرتفع	%96.1 مرتفع جداً
التمثيل الرمزي	%71.7 مرتفع	%80.2 مرتفع جداً	%80.4 مرتفع جداً	%86.1 مرتفع جداً	%92.7 مرتفع جداً	%82.9 مرتفع جداً
التمثيل بالصور والاشكال	%66.7 مرتفع	%96.2 مرتفع جداً	%50.0 متوسط	%92.4 مرتفع جداً	%80.4 مرتفع جداً	%91.4 مرتفع جداً
التمثيل بالمواقف الحياتية	%10.2 ضعيف جداً	%9.4 ضعيف جداً	%12.5 ضعيف جداً	%6.3 ضعيف جداً	%24.3 ضعيف	%25.7 ضعيف
التمثيل بالمجسمات والنماذج	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%8.9 ضعيف جداً	%3.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%7.2 ضعيف جداً

يظهر من الجدول رقم (4–33) أنّ التمثيلات في فقرات التقديم قد تراوحت ما بين الضعيفة جداً إلى المرتفعة جداً، وذلك للصفوف الثلاثة سواء الفلسطينية أو البريطانية، باستثناء التمثيل بالنماذج والمجسمات، والذي انعدم في المحتوى الهندسي لكتاب كامبردج البريطاني للصفين السادس والثامن.

كما يظهر الجدول أنّ تحقق التمثيل اللفظي قد تشابه في الصف السابع بمعدل مرتفع جداً، وتباين بين المرتفع والمرتفع جداً للصفين السادس والثامن، وبنسبة أعلاها (96.1%) لكتاب كامبردج للصف الثامن، وأدناها (70.7%) للكتاب الفلسطيني لنفس الصف.

أما التمثيل الرمزي فقد تشابه تحققه للصفين السابع والثامن بنسبة مرتفعة جداً، واختلف في الصف السادس، حيث جاء بنسبة مرتفعة (71.1%) للكتاب الفلسطينيي، يقابلها نسبة مرتفعة جداً (80.2%) لكتاب كامبردج المناظر.

وقد تشابه تضمين التمثيل بالصور والأشكال في الصف الثامن بنسبة مرتفعة جداً، بينما اختلف لصالح محتوى كامبردج البريطاني للصفين السادس والسابع وبنسب مرتفعة جداً (92.45%، 96.6%) على الترتيب، مقابل (66.7%، 50.0%) في المحتوى الفلسطينيي المناظر.

ونلحظ من الجدول نسبا منخفضة ومتقاربة لتضمين التمثيل بالمواقف الحياتية في جميع الصفوف، حيث جاء أعلاها ضعيفاً لمحتوى الصف الثامن البريطاني بنسبة (25.7%)، وأدناها ضعيفاً جداً للسابع البريطاني وبنسبة (6.7%).

جدول رقم (4-34)

أوجه التشابه بين فقرات تطبيق المحتوى الفلسطيني و كامبردج حيث تضمين المراوحات بين التمثيلات بحسب نموذج ليش

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← رمزي	%17.9 ضعيف جداً	%13.3 ضعيف جداً	%28.6 ضعيف	%22.8 ضعيف	%34.7 ضعيف	%34.2 ضعيف
لفظي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%2.0 ضعيف جداً
لفظي ← مواقف حياتية	%2.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%7.9 ضعيف جداً
رمزي ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم
رمزي ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.0 ضعيف جداً
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%7.1 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%3.9 ضعيف جداً
صور وأشكال ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.9 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%3.3 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← لفظي	%2.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%2.4 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← رمزي	%2.5 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%1.3 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%0.7 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← صور واشكال	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%1.8 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%7.2 ضعيف جداً
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← لفظي	%0.0 معدوم	%0.0 معدوم	%7.1 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%9.8 ضعيف جداً	%16.4 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← رمزي	%0.0 معدوم	%0.19 ضعيف جداً	%3.6 ضعيف جداً	%3.8 ضعيف جداً	%9.8 ضعيف جداً	%3.3 ضعيف جداً
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات	%0.0 معدوم	%0.94 ضعيف جداً	%1.8 ضعيف جداً	%0.0 معدوم	%2.4 ضعيف جداً	%0.0 معدوم
مواقف حياتية ← صور وأشكال	%2.5 ضعيف جداً	%4.7 ضعيف جداً	%7.1 ضعيف جداً	%5.1 ضعيف جداً	%19.5 ضعيف جداً	%20.4 ضعيف

يُظهر الجدول رقم (4–34) أنّ العديد من المراوحات قد تشابه تحققها في فقرات تطبيق المحتوى الهندسي لكلّ من الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية، ونلحظ أنّ غالبيتها قد جاءت ضعيفة جداً أو معدومة، ومتعلقة بتضمين المراوحات الخاصة بالنماذج والمجسمات أو المواقف الحياتية، باستثناء المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي، والتي جاءت بنسب متقاربة وضعيفة بشكل عام، أعلاها (34.7%) لكتاب الثامن الفلسطيني. والمراوحة من المواقف الحياتية إلى الصور والأشكال، والتي جاءت ضعيفة في كتاب كامبردج للصف الثامن بنسبة (20.4%) مقابل نسبة (19.5%) للكتاب الفلسطيني.

جدول رقم (4-35)

أوجه الاختلاف بين فقرات تطبيق المحتوى الهندسي في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) من حيث تضمينها للمراوحات بين التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش(Lesh)

المراوحات / الصف	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن	
	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج	فلسطيني	كامبردج
لفظي ← صور وأشكال	%28.2 ضعيف	%54.7 متوسط	%12.5 ضعيف جداً	%39.2 ضعيف	%31.7 ضعيف	%62.5 مرتفع
رمزي ← لفظي	%43.6 متوسط	%13.2 ضعيف جداً	%3.6 ضعيف جداً	%19.0 ضعيف جداً	%31.7 ضعيف	%32.9 ضعيف
رمزي ← صور واشكال	%17.9 ضعيف جداً	%60.4 مرتفع	%14.3 ضعيف جداً	%40.5 متوسط	%56.1 متوسط	%46.1 متوسط
صور وأشكال ← لفظي	%28.2 ضعيف	%42.5 متوسط	%12.5 ضعيف جداً	%48.1 متوسط	%26.8 ضعيف	%35.5 ضعيف
صور وأشكال ← رمزي	%30.8 ضعيف	%55.7 متوسط	%30.4 ضعيف	%43.0 متوسط	%73.2 مرتفع	%57.9 متوسط

يظهر من الجدول رقم (4–35) تبايناً واضحاً بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج في تضمين فقرات التطبيق للمراوحة من التمثيل اللفظي إلى التمثيل بالصور والأشكال، لصالح كامبردج ، وخصوصاً للصف الثامن، حيث جاء تضمينها مرتفعاً بنسبة (62.5%) ، مقابل تحقق ضعيف بنسبة (31.7%) للمحتوى الفلسطيني المناظر.

كما ويظهر الجدول أنّ المراوحة من التمثيل الرمزي إلى التمثيل اللفظي قد جاءت بنسب ضعيفة وضعيفة جداً في محتوى كامبردج البريطاني للصفين الثامن والسادس، مقابل نسب أعلى للمحتوى الفلسطيني المناظر، وذلك بعكس محتوى الصف السابع حيث تقدم المحتوى البريطاني رغم ضعفه. ويظهر تبايناً واضحاً في المراوحة من التمثيل الرمزي إلى الصور والأشكال لمحتوى الصفين السادس والسابع، ففي حين جاءت ضعيفة جداً وبنسبة (17.9%، 14.3%) على الترتيب للمحتوى الفلسطيني، فإنها قد جاءت بنسبة مرتفعة (60.4%) في محتوى كامبردج للصف السادس، وبنسبة متوسطة (40.5%) للصف السابع.

ونلاحظ اختلافاً واضحاً في تضمين المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي، للصفين السادس والسابع، ففي حين كانت أدنى نسبة (12.5%) لمحتوى السابع الفلسطيني، فإن محتوى كامبردج المناظر قد حصل على نسبة متوسطة (48.1%).

كما ونلاحظ أنّ المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى الرمزي، قد جاءت بنسب ضعيفة (30.8%، 30.4%) لمحتوى الصفين السادس والسابع الفلسطينيين، على الترتيب، يقابلها نسب متوسطة (55.7%، 43.0%) لكتب كامبردج المناظرة، بينما جاء كتاب الثامن الفلسطيني بأعلى نسبة تحقق (73.2%) وهي مرتفعة، يقابلها نسبة متوسطة (57.9%) لكتاب كامبردج.

7:4 ملخص نتائج الدّراسة

أولاً: النتائج الخاصة بالكتب الفلسطينية

1) أظهرت النتائج أنّ تضمين المحتوى الهندسي للتمثيل الرياضي بحسب (NCTM) قد جاء متوسطاً بمعدل (0.37)، وبشكل عام فقد حصلت المؤشرات الرئيسية الثلاثة للمحتوى الهندسي كاملاً بفقرات تقديمه وتطبيقه على معدلات متوسطة للمعيارين الرئيسيين الأول والثاني بمعدل (0.43، 0.39) على الترتيب، ومنخفضة بمعدل (0.19) للمعيار الثالث.
2) أظهرت نتائج تضمين من معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي، أنّ فقرات التقديم لا تشتمل على جميع المؤشرات الفرعية للمعيار، وتركز على مؤشرات دون الأخرى، وتتباين من صف إلى آخر. وأنّ استخدام التمثيلات المستندة إلى التقنيات التكنولوجية قد انعدم في محتوى التقديم كاملاً، بينما ظهر ضعفاً عاماً في تضمين كلّ مما يلي:

- تشجيع الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة، وتضمين تمثيلات تساعدهم في تطوير فهمهم للأفكار الهندسية عالية المستوى.
- عرض التمثيلات من المحسوس إلى المجرد
- استخدام الرسم البياني وإظهار التماثل وتطبيقات التحويلات الهندسية.
- استخدام تمثيلات تساعد الطلبة على حلّ المشكلات، أو تمس خبرتهم المباشرة.
- ترجمة الصور اللفظية أو الرمزية لشكل هندسي.
- استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية ونمذجة الظواهر الفيزيائية، أو الاجتماعية أو الرياضية.

3) أظهرت نتائج معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي، أنّ تضمين فقرات التطبيق للمؤشراته الفرعية قد جاء ضعيفاً أو معدوماً، باستثناء متطلب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حلّ المسائل، والذي بيّن التحليل بنموذج ليش أنها تتمحور حول تمثيلات محددة دون الأخرى.

4) أظهرت نتائج تحليل المحتوى بحسب نموذج ليش (Lesh)، ارتفاعاً في التمثيلات التقليدية في تدريس الهندسة (اللّفظية، الرمزية، الصور والأشكال)، وضعفاً في التمثيل بالمواقف الحياتية، وضعفاً شديداً في التمثيل بالنماذج والمجسمات. أما المراوحات بين التمثيلات فقد ظهرت ما بين المعدومة والمتوسطة، باستثناءات قليلة في فقرات التقديم.

5) أظهرت النتائج أنّ تضمين فقرات التقديم للمراوحات بين التمثيلات قد جاء بصورة أعلى من فقرات التطبيق، وأنّ فقرات التطبيق قد افتقرت للمراوحات حيث جاءت فيها بين الضعيفة والمعدومة بشكل عام.

ثانياً: النتائج الخاصة بكتب كامبردج البريطانية

1) أظهرت النتائج أنّ معيار التمثيل الرياضي بحسب (NCTM) قد جاء متوسطاً بمعدل (0.38). وقد جاء معدل كلّ من المعيارين الرئيسيين الأول والثاني لفقرات التقديم والتطبيق متوسطاً، ومعدل المعيار الرئيسي الثالث ضعيفاً. كما وأظهرت النتائج انعدام المؤشرين المتعلقين باستخدام التقنيات التكنولوجية في تقديم التمثيلات، واستخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية. وقد ظهر ضعفاً في تحقيق بعض المؤشرات الفرعية الأُخرى لفقرات التقديم والتطبيق على حدٍ سواء.

2) أظهرت نتائج تضمين التمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها بحسب نموذج ليش (Lesh) أنّ كلّاً من التمثيل اللّفظي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاءت بنسبة مرتفعة جداً، وأنّ التمثيل الرمزي قد جاء ما بين المرتفع والمرتفع جداً، بينما ظهر التمثيل بالمواقف الحياتية ما بين الضعيف والضعيف جداً، وجاء التمثيل بالنماذج والمجسمات ضعيفاً جداً في الصفين السابع والثامن ومعدوماً في الصف السادس. أما المراوحات بين التمثيلات المتعددة فقد جاءت ما بين المعدومة والمتوسطة، باستثناء المراوحة بين التمثيل اللفظي والتمثيل بالصور والأشكال، والتي جاءت بصورة مرتفعة، كما لم يتضمن المحتوى أية مراوحات بين التمثيل بالنماذج والمجسمات والتمثيل بالمواقف الحياتية.

ثالثاً: نتائج المقارنة بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية

1) أظهرت النتيجة العامة تقارب كتب البلدين في تضمين معيار التمثيل الرياضي حسب (NCTM) بمعدل متوسط مقداره (0.37) للكتب الفلسطينية و(0.38) لكتب كامبردج البريطانية. مع ظهور تباين في تحقق المعايير الرئيسية الثلاثة.
2) أظهرت نتائج المؤشرات الفرعية للمعايير الرئيسية الثلاثة المنبثقة من معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي في فقرات التقديم، أنّ الكتب الفلسطينية قد تقدمت على كتب كامبردج في تضمين المعيار الأول والثالث، فيما تفوقت كتب كامبردج في تضمين المعيار الثاني، وقد تشابهت الكتب في بعض المؤشرات الفرعية، وتباينت في بعضها الآخر.

وبشكل عام فقد جاءت النتائج لصالح الكتاب الفلسطيني لكلّ من المؤشرات الخاصة باستخدام التمثيلات في استنتاج القواعد والقوانين الهندسية، وعرضها من المحسوس للمجرد،

وإسهامها في التواصل بين المعلمين والطلبة وبين الطلبة أنفسهم، واستخدامها لنمذجة الظواهر الاجتماعية والفيزيائية.

بينما جاءت النتائج لصالح كتب كامبردج لكلّ من المؤشرات الخاصة بتشجيع الطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة، وتضمين تمثيلات تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى، وفي حلّ المشكلات، واستخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسة، وإظهار التماثل وتطبيقات التحويلات الهندسية، إضافة لإجراء المراوحات بين التمثيلات المتعددة بصورة تساعد الطلبة في اكتساب مرونة التنقل بينها، وترجمة الصور اللفظية والرمزية للمسألة إلى شكل هندسي.

3) أظهرت نتائج المؤشرات الفرعية للمعايير الرئيسية الثلاثة المنبثقة من معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي، تقدم فقرات التطبيق في الكتب البريطانية عن نظيرتها الفلسطينية في تضمين المعيارين الأول والثاني، مع تقدم الكتب الفلسطينية – رغم ضعفها– في المعيار الثالث الخاص باستخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية والفيزيائية والرياضية.

4) أظهرت نتائج تضمين التمثيلات المتعددة بحسب نموذج ليش (Lesh) أنّ الكتب الفلسطينية قد تشابهت مع كتب كامبردج في ارتفاع تضمينها للتمثيلات اللفظية والرمزية والتمثيل بالصور والأشكال، وانخفاض تضمينها للمواقف الحياتية والنماذج والمجسمات، وأنها قد تقدمت بتضمين التمثيل الرمزي والتمثيل بالمواقف الحياتية عن نظيرتها البريطانية، بينما تقدّم المحتوى البريطاني في تضمين التمثيل بالصور والأشكال.

5) أظهرت نتائج تضمين المراوحات بين التمثيلات المتعددة بحسب نموذج ليش (Lesh) أنّ المحتوى الفلسطيني قد تشابه مع نظيره البريطاني في ضعف تضمينه للمراوحات المتعلقة بالتمثيل بالمواقف الحياتية والتمثيل بالنماذج والمجسمات، بينما جاءت المراوحات بين التمثيلين اللفظي والرمزي لصالح المحتوى الفلسطيني، والمراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال لصالح محتوى كامبردج البريطاني، فيما تباينت المراوحات الأُخرى بحسب الصف، فنجد المراوحة بين التمثيل الرمزي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاءت لصالح محتوى كامبردج للصفين السادس والسابع، بينما تقدم الكتاب الفلسطيني في تضمينهما بصورة مرتفعة في محتوى الصف الثامن.

6) أظهرت مقارنة فقرات التقديم والتطبيق بحسب نموذج ليش (Lesh)، تقدم فقرات التقديم في المحتوى الفلسطيني في تضمين المراوحات بين التمثيل اللفظي والتمثيل الرمزي بشكل عام، وفي تضمين المراوحات المتعلقة بالمواقف الحياتية والنمادج والمجسمات (رغم ضعفها)، بينما تقدم كامبردج في تضمين المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال في فقرات التقديم، وفي تضمينه للتمثيل بالصور والأشكال وللمراوحات بين التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال بصورة عامة في فقرات التطبيق.

الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات

هدفت الدّراسة إلى تقصي مدى تضمين التمثيلات الرياضية في المحتوى الهندسي لكلّ من كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من(6-8) وكتب كامبردج البريطانية المناظرة، سعياً للمقارنة بينهما، وذلك في ضوء معايير(NCTM) للعمليات، ونموذج ليش(Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها. ولتحقيق أهدافها صيغت ستة أسئلة بحثية، تمّت الإجابة عنها من خلال أسلوب تحليل المحتوى والدراسات المقارنة. وهذا الفصل سيتناول مناقشة أبرز النتائج، وبعض التوصيات.

1:5 مناقشة نتائج السؤال الأول حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) للتمثيلات الرّياضية بحسب معايير(NCTM) للعمليات.

أظهرت النتائج أنّ المعايير الرئيسية الثلاثة المنبثقة من معيار التمثيل الرياضي قد تحققت بمعدلات ضعيفة أو متوسطة، وبمعدل عام (0.37) للمحتوى الهندسي كاملاً. ففي فقرات التقديم، وجد أنّ تضمين المعيار الرئيسي الأول الخاص ببناء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الهندسية، قد جاء متوسطاً، حيث تفاوتت مؤشراته الفرعية بين المعدوم والمرتفع، وقد ظهر أنّ التمثيلات المستخدمة تساهم بصورة مرتفعة في استنتاج القوانين والقواعد الهندسية. كما امتاز تقديم المحتوى بعرض المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة، وبتقديم أنشطة يتطلب القيام بها أكثر من تمثيل رياضي، وبالوضوح والدقة في عرضها. على خلاف ما أشارت إليه نتائج أبو العجين (2011) حول عدم الدقة في تقديم الرموز والصياغة اللفظية في محتوى الكتب الفلسطينية السابقة.

ويوخذ على فقرات التقديم ضعف تضمينها لتمثيلات تمس خبرة الطلبة، وضعفها بالتدرج من المحسوس إلى المجرد. رغم أنّ نموذج برونر للتمثيلات قد ركّز على ضرورة التتابعية التي يبنيها

الطلبة أثناء عملية الفهم حيث تبدأ بالتّمثيل الحسي ثم التصوري ثم الرمزي والمجرد (Siregar & Surya ,2017).

كما ويؤخذ عليها قلة تضمينها للتمثيلات التي تساعد بتطوير فهم الطلبة للأفكار عالية المستوى، إضافة لعدم استخدامها للتقنيات التكنولوجية الحديثة في توفير تمثيلات متعددة في تقديم المادة، وهما أمران يقتضيهما المحتوى الهندسي لتلك المرحلة، بما فيه من موضوعات متنوعة حول الأشكال الهندسية وخصائصها والتطابق والتشابه والعلاقات بين الزوايا وغيرها. كما وأظهرت الكتب ضعفاً في تقديم التمثيلات بصورة تسهم في جعل الطلبة يتواصلون رياضياً فيما بينهم ومع معلميهم، في الصفين السابع والثامن، رغم تقديمها بصورة متوسطة في الصف السادس، حيث نجد فيها أنشطة تحث على التواصل تحت مسميات(نشاط تعاونيّ) أو (نشاط عمليّ).

وتتوافق نتيجة مؤشر استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة مع أبو العجين(2011) مما يعني أنّه ورغم مضيّ ما يقارب العشرة أعوام، ورغم تطوير كتب الرّياضيات الفلسطينية، إلا أنّها لازالت تفتقر لهذا المؤشر الهام. كما تتوافق مع دراسات عربية مثل الجراح (2014)، والدراس (2016)، والخطيب (Alkateeb, 2019) مما يعطي مؤشراً أنّ كتب الرّياضيات العربية قد تفتقر له أيضاً.

كما وتنسجم هذه النتائج مع دراسة الخالدي وكشك (2020) التي أشارت إلى افتقار كتب الرياضيات والعلوم الفلسطينية إلى مهام جديرة بالعمل الجماعي والتعاون الحقيقي في انتاج المعرفة والتفاوض حولها واكتساب مهارات حياتية أثناء ذلك، وبأنّ غالبية الأنشطة لا تستدعي توظيف التكنولوجيا بشكل حقيقي، ولا تتيح فرص حقيقية للتشارك أو صناعة القرارات أو توظيف مهارات التفكير العليا في حلّ المشكلات.

وهنا ترى الباحثة ضروره تضمينها هذه المؤشرات بصورة أكبر من جهة، ودمجها في سياقات ذات معنى، وذلك انطلاقاً من وجوب تمكين جميع الطلبة من تنظيم تفكيرهم، ونقله وإيصاله للآخرين بوضوح ودقة (NCTM, 2000). وترى دوراً هاماً للتمثيلات في تحقيق التواصل، استناداً للرؤية التربوية بأنّ التمثيل هو بمثابة مفاتيح للفهم والتعبير وتقريب الأفكار الرياضية لأذهان الطلبة، وبالتالي لا بدّ أن تظهر فاعليته في تحسين قدرتهم على التواصل في الرّياضيات(Wadlington, Bitner, Partridge, and Austin, 2002).

أمّا فيما يخص المعيار الرئيسي الثاني لفقرات التقديم، والخاص باختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية، فقد جاء متوسطاً بصورة عامة للصفين السادس والثامن، بينما جاء ضعيفاً للصف السابع، وقد نبع هذا التباين من انعدام تضمين الأخير لأنشطة تتطلب ترجمة الصور الرمزية والنصوص الرياضية للمسألة إلى شكل هندسي، مع تواجدها في الكتابين الآخرين بصورة ضعيفة، حيث نلحظ أنّ المحتوى الهندسي غالباً ما يقوم بإعطاء الأشكال الهندسية جاهزة.

وقد ظهر ضعفاً في تقديم المحتوى الهندسي للتمثيلات التي تلعب دوراً في مساعدة الطلبة على حلّ المشكلات. ولما كانت المشكلات في الرّياضيات بمثابة النتاج الأخير لعملية التعلّم والتعليم (شبير، 2011)، فإن تعلّم جميع المعارف والمفاهيم والمهارات والتمثيلات الرّياضية لا ينبغي أن تكون أهدافاً بحد ذاتها، بل وسائلاً وأدواتاً لمساعدة الطلبة على حلّ المشكلات، وعليه يجدر بالمحتوى الرياضي التركيز على توظيف التمثيلات في هذا الاتجاه.

وبينما جاءت النتائج لتشير إلى أنّ فقرات التقديم تركز على الأنشطة التي يتطلب حلّها المراوحة بين التمثيلات المتعددة بصورة متوسطة إلى مرتفعة ، فإن متابعة التحليل بنموذج ليش (Lesh) قد أظهر

انحصار هذه المراوحات في التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال غالباً، وهذا ما سنناقشه في إجابة السؤال الرابع لهذه الدراسة.

أمّا المعيار الرئيسي الثالث الخاص باستخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، فقد وجد أنّه الأضعف على الإطلاق، فقد جاء في فقرات التقديم بأدني معدل (0.08) للصفين السادس والسابع، أمّا محتوى الصف الثامن فقد جاء بمعدل أعلى من سابقيه (0.33)، نظراً لتضمينه للتمثيل بالمواقف الحياتية بصورة متوسطة. كما وجاء ضعيفا في فقرات التطبيق، وبهذا يظهر قصور المحتوى الهندسي في تضمين النمذجة الرياضية، بالرغم من تزايد توصيات الدّراسات السابقة بضرورتها، وترى الباحثة أنه يقتضي إعادة النظر في تمثيلات النمذجة المتضمنة في المحتوى الهندسي كماً وكيفاً، ويقتضي استبدال بعض التطبيقات المتضمنة في المحتوى الحالي، والتي أسقطت المواقف الحياتية والنمذجة على المسائل الرياضية، في حين من المنطقي أن يتم العكس. وذلك انطلاقاً من أنّ النمذجة الرياضية تعدُ بالأساس نشاطاً لتحويل مشكلة في الحقيقة إلى الشكل الرياضي، وتحويل المشكلات إلى تفسيرات رياضية لحالة حقيقية وحلّها (Dundar, 2012). كما ينبغي إعادة النظر في فقرات التطبيق، فقد أسفرت النتائج عن ضعفها في تحقيق المعايير الرئيسية الثلاثة ، باستثناء المعيار الثاني للصف الثامن فقط، والذي جاء متوسطاً بمعدل(0.43). ويعود ضعف المعيار الأول لفقرات التطبيق لقصورها في تضمين المسائل التطبيقية التي تشجع الطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة، والتمثيلات التي تمس خبرتهم المباشرة. رغم جدوى الاهتمام بالطرق المتعددة للتمثيل التي يمتلكها كلّ طالب، لأن شخصيتة في عملية التعلم تؤثر مباشرة على مهاراته وتحصيله (Nugroho, Budiyono & Slameti 2019).

كما ويعود للضعف في تضمين أسئلة تطبيقية تتطلب الرسم البياني والتحويلات الهندسية ، وندرة توظيف التقنيات التكنولوجية في توفير التمثيلات. فقد انحصر تضمين مؤشر التكنولوجيا باقتراح بعض المواقع الإلكترونية، والتي أظهر تتبعها بأنّها باللغة الإنجليزية، وبأنها عامة جداً وغير متخصصة، مما يقلل فرص الاستفادة منها.

وقد توافقت نتيجة أبو سكران(2019) مع نتيجة الدراسة الحالية حول ضعف هذا المؤشر، ويعزو ذلك لعدم إتقان طلبة هذه المرحلة لاستخدام الحاسوب. ولكنّ الباحثة تختلف معه، كوننا نشهد جيلاً من الطلبة قادراً بالقليل من التدريب على استخدام التطبيقات التكنولوجية المختلفة بصورة مرنة – إذا ما اتيحت لهم الفرصة لذلك– ، وتجد ضرورة ملحقة لتضمين المحتوى للعديد من الأنشطة المستندة للتكنولوجيا وللتمثيلات الحاسوبية من برامج رسوم بيانية وتطبيقات متنوعة، وبذل الجهود نحو تصميمها باللغة العربية وبأساليب شيقة تتناسب مع مستويات الطلبة والمرحلة، وخصوصاً بعد أحداث العام (2020) وما شهده من تحوّل سريع لمتطلبات التعليم والتعلّم عن بعد.

وقد أظهرت النتائج أنّ المؤشر الفرعي الوحيد الذي تحقق بصورة مرتفعة في المعيار الرئيسي الأول لفقرات التطبيق يعود لاستخدام أكثر من تمثيل رياضي في حلّ المسائل، ولكننا مع متابعة نتائج المعيار الثاني نجد أنّ المراوحة بين هذه التمثيلات قد جاءت ضعيفة، وأنّها لم توظَّف في مسائل حلّ المشكلات بصورة كافية. ويؤخذ ذلك على المحتوى، لأنّ تضمين التمثيلات الرياضية بمعزل عن المراوحات بينها وتوظيفها في حلّ المشكلات يضعف التطبيق (Ozdemir & Ayvaz, 2013).

كما وأظهرت نتائج المعيار الثاني لفقرات التطبيق أنهّا قد أهملت تكليف الطلبة بترجمة الصور الرمزية والنصوص الرياضية للمسألة إلى شكل هندسي، والذي يعد جزءاً هاماً من حلّ المسألة

الهندسية، كما أشار المصري(2003)، وأبوسكران(2012)، وقد حددها عفانة(2001) ضمن المهارات الواجب تنميتها لدى طلبة الصف السابع لتدريبهم على سبل البرهان. وأوردها أحمد(2015) ضمن قائمة المهارات الواجب تدريب الطلبة عليها تمهيداً لحلّ مسائل في الهندسة الفراغية.

وبهذا يظهر أنه رغم ظهور التمثيل الرياضي متوسطاً في المحتوى كاملاً، الاّ أنّ هنالك تبايناً في تضمين معاييره الرئيسية الثلاثة ومؤشراتها الفرعية بين فقرات التطبيق والتقديم، ولصالح الأخيرة.

وتتوافق نتائج الدراسة الحالية مع نتائج درويش ومقاط (2011) بأنّ استخدام التمثيلات الرياضية للنمذجة قد جاء بأدنى نسبة، فلم يكن مناسباً ولم يصل لمستوى الجودة. كما وتوافقت مع نتائج أبو سكران(2019) والتي استهدفت الكتب الفلسطينية الجديدة للصفوف(6–8) وخلصت إلى ضعف في تحقيق معيار التمثيل في المحتوى كاملاً، فيما جاء بنسبة متوسطة في المحتوى الهندسي.

2:5 مناقشة نتائج السؤال الثاني حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6–8) للتمثيلات الرّياضية بحسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.

جاء معيار التمثيل الرياضي في محتوى الهندسة للكتب البريطانية قيد الدراسة بمعدل عام متوسط (0.38). حيث تحقق المعيارين الأول والثاني بنسب متوسطة، بينما جاء المعيار الثالث ضعيفاً.

وقد أسفرت نتائج تحليل فقرات التقديم، أنّ تضمين المعيار الرئيسي الأول، الخاص ببناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية، قد جاء متوسطاً، وأنّ مؤشراته الفرعية قد تراوحت بين المعدومة والمرتفعة.

ففي حين تميزت التمثيلات المقدمة بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية، فقد انعدم تقديمها من المحسوس إلى المجرد، أو تقديمها باستخدام التقنيات التكنولوجية. وفي حين تميزت الكتب

بعرض المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة، وبتقديمها لأمثلة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل رياضي، الاّ أنّها غالباً ما استخدمت التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال بصورة أكبر من التمثيل بالمواقف الحياتية أو بالمحسوسات واليدويات كالنماذج والمجسمات. وفيما تميز تقديم الصف السابع للمحتوى الهندسي باستخدامه للتمثيلات المتعددة في استنتاج القواعد والقوانين وبعض الخصائص الهندسية بصورة مرتفعة، فإن كتاب الصف السادس قد أظهر ضعفاً في ذلك، مقابل نسبة متوسطة للصف الثامن.

ويوخذ على فقرات التقديم قصورها في تضمين التمثيلات بصورة تسهم بجعل الطلبة يتواصلون رياضياً فيما بينهم أو مع معلميهم، وخصوصاً في الصفين السادس والثامن، ولم يرد بمحتوى التقديم أياً من الأنشطة التي تدعو إلى العمل التعاوني أو العمل بمجوعات أو أيّة إشارة لوسائل التواصل والاتصال الرياضي. رغم أنّ هذه الأساليب تسهم في جعل الطلبة يستمعون لبعضهم البعض، ويستخدمون لغة الرّياضيات، وهي فرصة للنقاش والتفسير والتحليل، من شأنها أن تدعم الفهم، وتسهم في تحسين القدرة على حلّ المشكلات الرّياضية(McGatha& Bay-Williams, 2013؛ Kenedi, K., Helsa, Y., Ariani, Y., Zainil, M., & Hendri, S., 2019).

كما وظهر ضعفاً في تقديم التمثيلات الرياضية التي تمس خبرة الطالب المباشرة، وتلك التي تساهم في تطوير فهمهم للأفكار الهندسية عالية المستوى، وجاء تشجيع الكتب للطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة ضعيفاً، رغم أنّ طبيعة المعرفة الرياضية المقدمة في المحتوى تتيح فرصاً كبيرة لذلك. وعلى الرغم من أنّ المحتوى الهندسي قد تضمن موضوعات التماثل والتحويلات الهندسية ، ألاّ أنّ تطبيقاتها قد انحصرت بدروس محددة، بحيث بدا تقديم المحتوى الهندسي كاملاً ضعيفاً في استخدام

الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية، وإظهار التماثل وتطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية بشكل عام. رغم أهميتها لهذه المرحلة بحسب معايير الرّياضيات العالمية، كونها تطور الإدراك وتطور المعارف فيما يتعلق ببناء الأشكال الهندسية والمعادلات الديكارتية وتطبيقات التشابه والتطابق، كما وتعد نقطة انطلاق لمفاهيم رياضية أُخرى كالتفاضل والمصفوفات، لذلك لا بدّ من اكسابها للطلبة بشكل جيّد منذ الصفوف الأساسية(Gulkilik, Ugurlu& Yuruk, 2015).

وقد جاء تضمين المعيار الرئيسي الثاني، الخاص باختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية، متوسطاً، حيث تحققت جميع مؤشراته الفرعية في الصفوف الثلاثة. فتميز المحتوى بتقديم فقرات تتطلب إجراء مراوحات بين التمثيلات المتعددة بصورة مرتفعة، والتى تم تضمينها بصورة تساعد الطلبة على اكتساب مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة، وبظهور دور التمثيلات المعطاة في مساعدة الطلبة على حلّ المشكلات. ورغم ظهور الأمثلة والمسائل التي تتطلب ترجمة الصور الرمزية والنصوص الرياضية إلى شكل هندسي في العديد من فقرات التقديم والتطبيق، الاّ أنّها لم تكن كافية؛ نسبة لارتفاع عدد الفقرات، ففي حين جاء رسم الشكل الهندسي كمتطلب للحلّ في العديد من الأمثلة، إلاّ أنّ إعطاء الرسومات جاهزة كانت السمة الغالبة.

وقد جاء تضمين المعيار الرئيسي الثالث، الخاص باستخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية ضعيفاً، وذلك لكتب كامبردج البريطانية الثلاثة على حدٍ سواء، ولكلّ من فقرات التطبيق وفقرات التقديم، يعود ذلك لانعدام تضمين التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية والفيزيائية والرياضية في المحتوى الهندسي، باستثناءات قليلة.

بالمقابل فقد تضمن المحتوى استخداماً للنماذج الهندسية في تمثيل المواقف الحياتية في العديد من الأمثلة والتطبيقات، ولكن بالمقارنة مع العدد الكبير للفقرات وخصوصاً في مجال التطبيق، فقد ظهر المؤشر الخاص بها ضعيفاً، ويؤخذ ذلك على كتب كامبردج، وخصوصاً مع التوجهات العالمية باستخدام النمذجة الرياضية، بوصفها إحدى استراتيجيات التدريس التي تحقق أهداف الرّياضيات الجديدة، فالأساليب التقليدية لم تعد كافية، وقد أشار كين– شينج (Ken–Cheng Ang, 2010) أنه من خلال النمذجة الرياضية يصبح العالم شيئاً قابلا للاستيعاب، فهي تساعد على التنبؤ بعلاقات وتفسيرات الظواهر الكونية بصورة أعمق.

أمّا في فقرات التطبيق ظهر تضمين المعيار الأول بصورة متوسطة، وتحققت جميع مؤشراته الفرعية، باستثناء تكليف الطلبة بتطبيقات تستخدم التقنيات التكنولوجية التي توفر تمثيلات متعددة.

وعلى غرار فقرات التقديم فقد انحصرت تطبيقات الرسم البياني وتطبيقات التحويلات الهندسية على دروس محددة دون بقية المحتوى، فظهرت ضعيفة بالمحتوى بشكل عام. كما ويؤخذ على فقرات التطبيق ضعفها في تشجيع الطلبة على تمثيل أفكارهم بطرق مختلفة، وخصوصاً مع التوجهات العالمية بضرورة تقديم الرّياضيات بأشكال مشوقة، وتطبيقها بطرق تخاطب حياة الطلبة واهتماماتهم.

كما وظهر المعيار الثاني الخاص باستخدام وتطبيق التمثيلات والمراوحة بينها لحلّ المشكلات متوسطاً، حيث تضمن المحتوى مسائلاً يتطلب حلّها إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة بصورة متوسطة، بينما جاءت المسائل التي تتطلب استخدام التمثيلات في حلّ المشكلات ضعيفة للصف السادس ومتوسطة للصفين السابع والثامن.

وقد تشابهت نتائج الدراسة الحالية إلى حد بعيد مع نتائج دراسة سورتو (Sorto, 2011)، التي أجريت على كتب الرّياضيات للمرحلة المتوسطة لتسعة وأربعين ولاية أمريكية، وأظهرت أنّ الأمثلة والتدريبات والنشاطات المتضمنة قد اشتملت على معيار التّمثيلات الرّياضية بصورة متوسطة. وتعارضت مع نتائج دراسة رودك وسينسبوري(Ruddock & Sainsbury,2019) بأنّ الرّياضيات في الكتب البريطانية تأتي في إطار تطبيقي. وتعزو الباحثة هذا الاختلاف إلى أنّ بريطانيا لا تعتمد منهجاً موحداً، ولمّا اعتمدت الدراسة الحالية كتب كامبردج للمرحلة من(6–8) بصورة خاصة، والمحتوى الهندسي فقط، فإن عينة الدراستين قد اختلفت، مما أسفر عن تباين النتائج.

3:5 مناقشة نتائج السؤال الثالث حول مدى التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي.

أظهرت النتائج تقارباً بمعدل تضمين معيار التمثيل الرياضي، بمعدل (0.37) للكتب الفلسطينية، مقابل (0.38) لكتب كامبردج البريطانية. مع وجود بعض التباين في المعدلات العامة لتحقق المعايير الرئيسية الثلاثة المنبثقة منه. وقد أسهم التحليل من خلال تقسيم الكتب إلى فقرات تقديم وفقرات تطبيق وتقصي مدى تضمين المؤشرات الفرعية لكلّ معيار رئيسي في إظهار أبرز نقاط التشابه والاختلاف بين الكتب.

فقد تشابه محتوى تقديم الكتب الفلسطينية وكامبردج البريطانية في تحقيق المعيار الأول: بناء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية، بصورة متوسطة. حيث تميزت الكتب بعرض المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة، وفي تقديم أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل بدقة ووضوح. ويعد ذلك مهماً كون الدراسات السابقة قد أشادت بأثر التمثيلات المتعددة في

زيادة الدافعية نحو تعلّم الرّياضيات واكتساب المفاهيم الرياضية كدراسة جروسمان (Grossman, 2010)، ودراسة (Barmby, Bolden, & Harries, 2011).

ولكن يؤخذ على الكتب ضعف تقديمها وتطبيقها للتمثيلات باستخدام التقنيات التكنولوجية، وللتمثيلات التي تمس خبرة الطلبة المباشرة، وذلك في فقرات التقديم والتطبيق على حدٍ سواء.

كما تشابهت الكتب في بعض المؤشرات الفرعية للمعيار الثاني، حيث وجد ضعفاً في الدور الذي تلعبه التمثيلات لمساعدة الطلبة على حلّ المشكلات في محتوى الصف السادس، وضعفاً في تكليف الطلبة بترجمة الصور الرمزية والنصوص الرياضية إلى شكل هندسي بشكل عام.

ولعل أبرز المآخذ على المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية والبريطانية في هذه المرحلة، يكمن في ضعف تحقيقها للمعيار الثالث الخاص باستخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، فقد تشابهت الكتب في نقص النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية في كلّ من فقرات التقديم والتطبيق، وفي انعدام تقديمها لتمثيلات نمذجة الظواهر الرياضية في الصفين السادس والسابع، مقابل تضمين منخفض جداً للصف الثامن.

ولعل عزوف المناهج عن استخدام النمذجة يعود للصعوبات التي تواجه مؤلفي الكتب أثناء تصميمها، ولتقديرهم للصعوبات التى قد تواجه المعلمين والطلبة أثناء تنفيذها من حيث كفاية الحصص والموارد، حيث تشير دراسة أبو مزيد (2012) إلى أنّ إعداد مسائل النمذجة تحتاج إلى وقت كبير وبحث مطوّل، وأنّ بعض المعلمين يعانون ضعفاً في الخلفية الأكاديمية حولها.

ولم تنسجم هذه النتائج مع دراسة هنتلي وآخرون (Huntly et al., 2012) المقارنة بين كتب بريطانيا وألمانيا والتي أظهرت أنّ الكتب البريطانية تهتم بالمعرفة التطبيقية، أكثر من المعرفة النظرية، وتتفوق بذلك عن الكتب الألمانية.

أمّا عن أوجه الاختلاف فقد برزت بصورة أكبر في فقرات التطبيق، والتي جاءت بمعدل ضعيف في تحقيق المعيار الأول في الكتب الفلسطينية، مقابل معدل متوسط في كتب كامبردج. ويعود ذلك لاهتمام كتب كامبردج بتشجيع الطلبة على تمثيل أفكارهم باستخدام طرق مختلفة أكثر من الكتب الفلسطينية، وإلى ظهور المؤشرات الخاصة باستخدام الرسم البياني والتماثل وتطبيقات التحويلات الهندسية في جميع كتب كامبردج ، مقابل انعدام بعضها أو جميعها في بعض الكتب الفلسطينية.

وهنا يقع على عاتق مؤلفي كتب الرّياضيات الفلسطينية تطويرها لتتماشى مع التوجهات العالمية الدّاعية إلى التركيز على أنماط التفكير المتنوعة وتشجيع الطلبة على تمثيلها، ولتتماشى مع معايير الهندسة التي أشار إليها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات، والتي تؤكد أنّه يجب على مناهج الرّياضيات من مرحلة الرّوضة وحتى الصّف الثاني عشر إعداد الطالب ليكون قادرا على تطبيق التحويلات الهندسية وتمثيلاتها لتحليل مواقف رياضية متنوعة (NCTM, 2000).

وقد جاءت فقرات التطبيق أيضاً بمعدل ضعيف في تحقيق المعيار الثاني في الكتب الفلسطينية للصفين السادس والسابع، مقابل تحقق متوسط في جميع كتب كامبردج، والتي أظهرت اهتماماً بالمسائل التي تتطلب إجراء مراوحات بين التمثيلات المتعددة بشكل عام. كما لوحظ اهتمامها بالمسائل التي تتطلب استخدام التمثيلات في حلّ المشكلات في تطبيقات الصف السابع والثامن،

ورغم وجود العديد من هذه المسائل في الصف السادس، فإن ارتفاع عدد فقرات التطبيق في كتب كامبردج – ضعفيّ عدد فقرات التقديم تقريباً–، جعل معدلها ضعيفاً على غرار الكتب الفلسطينية.

وفيما نلحظ ضعفاً عاماً في المعيار الثالث الخاص بالنمذجة، الاّ أنّ فقرات تطبيق الكتب الفلسطينية قد تقدمت عن نظيرتها البريطانية في تضمين المؤشرات الفرعية، بمعدلات (0.25، 0.33) للصفين السابع والثامن على الترتيب، مقابل معدلات شبه معدومة (0.08، 0.17) لكتب كامبردج، حيث نلحظ ظهوراً لمعظم المؤشرات الفرعية للمعيار في الكتب الفلسطينية، فنجد تضميناً –رغم ضعفه– لاستخدام تمثيلات نمذجة الظواهر الاجتماعية والرياضية، مقابل انعداماً في كتب كامبردج.

ويحتسب للكتب الفلسطينية هذه المحاولات، ولكنّها لا تزال بحاجة إلى تطوير في مضمونها وزيادة في معدل تضمينها، وذلك انسجاماً مع العديد من توصيات الدراسات العالمية والمحلّية والتي أشادت بدورها الإيجابي على أداء الطلبة وتحصيلهم واتجاهاتهم نحو الرّياضيات (توبة، 2014؛ أبو مزيد، 2012؛ Schukajlow, Leiss, pekrun, Blum, Muller & Messner, 2012)

وبشكل عام لم يظهر اختلافاً جوهرياً بين الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في تقديم المحتوى الهندسي للمرحلة، بينما ظهر تبايناً في تطبيقها لصالح كتب كامبردج، ولكلّ من المعيار الأول والثاني. ومن الملاحظ أنّ المحتوى الهندسي لكتب كامبردج تراعي اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحلّ المشكلات الرياضية بصورة أعلى من الكتب الفلسطينية.

أمّا المحتوى الهندسي الفلسطيني فقد تميّز بتقديم مرتفع للتمثيلات التي تساعد في استنتاج القواعد والقوانين والخصائص الهندسية، وتفوّق بذلك عن نظيره البريطاني والذي أظهر ضعف هذا المؤشر في الصف السادس وتحققه بصورة متوسطة في الصف الثامن. كما وأظهر اهتماماً أكبر من نظيره

البريطاني في تقديم التمثيلات التي تشجع الطلبة على التواصل فيما بينهم ومع معلميهم، ولكنه مع ذلك لازال بحاجة إلى زيادة كميته والاهتمام بنوعيته وأسلوب عرضه؛ لما له من أثر إيجابي في تنمية فهم الطلبة، فقد خلصت إحدى نتائج جروسمان(Grossman, 2010) أنّ لذلك دوراً كبيراً في تنمية تفكيرهم أثناء حلّ المسائل الرياضية.

4:5 مناقشة نتائج السؤال الرابع حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات الفلسطينية للمرحلة من (6-8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش (Lesh).

أظهرت نتائج التحليل بأنّ التمثيل اللّفظي قد جاء مرتفعاً جداً، وتراوح تضمين التمثيلين الرمزي والصور والأشكال ما بين المرتفع والمرتفع جداً، بينما ظهر التمثيل بالمواقف الحياتية ما بين الضعيف والضعيف جداً، وجاء التمثيل بالنماذج والمجسمات ضعيفاً جداً وبأدنى نسبة، أما المراوحات بين التمثيلات المتعددة فقد ظهرت ما بين المعدومة والمتوسطة ، باستثناء المراوحة ما بين التمثيل بالصور والأشكال والرمزي في محتوى الصف الثامن، والتي جاءت مرتفعة.

وبالنظر إلى فقرات التقديم، فقد ظهر أنّ نسبة تضمين التمثيلات الرياضية قد جاءت أعلى من فقرات التطبيق. ففي حين لعبت التمثيلات اللفظية والرمزية والتمثيل بالصور والأشكال الدور الأبرز في تقديم المحتوى، فإن التمثيلات بالصور والأشكال قد انخفضت نوعاً ما في تطبيقه، وفيما ظهر انخفاضاً للتمثيل بالمواقف الحياتية في الصفين السادس والسابع بشكل عام، فإن فقرات تقديم الصف الثامن قد تضمنته بصورة متوسطة وبنسبة (51.2%) انخفضت إلى(24.3%) في فقرات تطبيقه.

أمّا التمثيل بالنماذج والمجسمات والذي تضمنته فقرات التقديم بصورة ضعيفة جداً، فقد انعدم تماماً من فقرات تطبيق السادس والثامن.

وبهذا يظهر أن المحتوى الهندسي الفلسطيني قد ركز على التمثيلات اللفظية والرمزية التقليدية، كما وظهر التمثيل بالصور والأشكال مرتفعاً إجمالاً، وهو أمر بديهي، كوننا نتحدث عن المحتوى الهندسي. إلاّ أنّه قد أفتقر للتمثيلات الحياتية وأظهر قصوراً في تضمين تمثيلات النماذج والمجسمات. وبهذا يكون قد حاد عن نموذج ليش (Lesh)، رغم توصيات الدراسات العالمية والعربية بتطبيقه؛ لما له من أثر فعّال في زيادة إدراك الطلبة للمادة وتنمية قدرتهم على التفكير التأملي والنقدي والاحتفاظ بأثر التعلّم وما يعكسه ذلك الأثر من زيادة في تحصيلهم وميولهم الإيجابية نحو الرّياضيات (المحرزي، 2016؛ الجخلب، 2019؛ Ulusoy & Incikabi, 2019).

ولهذا ترى الباحثة ضرورة إعادة النظر في المحتوى الهندسي وتطويره ليشتمل على جميع التمثيلات بصورة متوازنة، وتشدد على التمثيلات بالنماذج والمجسمات، كونها تسهم في نقل الفكرة الرياضية إلى عالم المحسوسات والذي بدوره قد يخلق فرصاً واسعة للإدراك واستدعاء العمليات العقلية العليا، كما وتشدد على ضرورة الاهتمام أكثر بالتمثيلات الحياتية فهي التي ستجعل تعلّم الطلبة ذي معنى في نهاية المطاف، إضافة إلى دورها في مراعاة الفروقات الفردية، والتي أشار إليها اكروس (Akarsu, 2017) في دراسته التي خلصت لضرورة استخدام نموذج ليش لتحسين قدرة الطلبة ذوي التحصيل المنخفض في الرّياضيات، في شرح مواقف الحياة الحقيقية وخلق تعبيرات رمزية.

وتنسجم نتائج هذا السؤال مع ما أظهره تحليل المحتوى وفقاً لمعيار (NCTM) في الدراسة الحالية، حيث تعزو الباحثة نتيجته التي أظهرت ارتفاع المؤشر (8) الدال على تقديم الكتاب لأنشطة يتطلب

القيام بها أكثر من تمثيل رياضي؛ وارتفاع المؤشر(4) في فقرات التطبيق، الدال على أنّ الكتاب يتطلب استخدام أكثر من تمثيل في حلّ المسائل، لارتفاع نسبة التمثيلات الرمزية واللفظية والتمثيلات بالصور والأشكال. كما ويمكننا الربط بين انخفاض المعيار الرئيسي الثالث بحسب (NCTM) والدال على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية، وانخفاض التمثيلات بالمواقف الحياتية والنماذج والمجسمات والتي أظهرتها نتائج هذا السؤال.

أمّا تضمين المحتوى الهندسي للمراوحات بين التمثيلات المتعددة في ضوء نموذج ليش(Lesh)، فقد أظهر تبايناً بين الصفوف من جهة وبين فقرات التقديم وفقرات التطبيق من جهة أُخرى، ولصالح فقرات التقديم. كما ظهر أنّ المراوحات فيما بين التمثيلات اللفظية والرمزية والصوروالأشكال، قد تحققت بنسب أعلى من المراوحات بينها وبين التمثيلات بالنماذج والمجسمات والمواقف الحياتية وبين الأخيرتين معاً، وقد يعتقد البعض أنّ ذلك يعود إلى قلة تضمينهما بالمحتوى من الأساس، ولكن بالنظر إلى فقرات تقديم الصف الثامن والذي ظهرت فيه محاولات أكبر من الصفين الآخرين– رغم ضعفها بصورة عامة – للمراوحة من المواقف الحياتية لكلّ من التمثيل اللفظي والرمزي والصور والأشكال، نجد أنّ العكس لم يكن متاحاً، حيث لم تظهر أيّ مراوحة من التمثيل الرمزي أو اللفظي أو الصور والأشكال باتجاه التمثيل بالمواقف الحياتية، ولعل ذلك كفيل بنفي الاعتقاد السابق.

وبالنظر لمحتوى الصف السادس، نلحظ ضعفاً عاماً في تضمين المراوحات، باستثناء المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى كلّ من التمثيل اللفظي والرمزي في فقرات التقديم، والمراوحة من التمثيل الرمزي إلى اللفظي في فقرات التطبيق. كما ونلحظ ضعفاً عاماً في تضمين المراوحات في الصف السابع ، ويعود ذلك للضعف الشديد بتضمينها في فقرات التطبيق، غير أنّ فقرات التقديم قد

تضمنت المراوحات بين التمثيل اللفظي والرمزي، ومن اللفظي للصور والأشكال بصورة متوسطة، ومن الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي بصورة مرتفعة ومنه إلى التمثيل الرمزي بصورة متوسطة. أمّا في الصف الثامن فقد جاءت المراوحات فيما بين التمثيلات الثلاثة (اللفظي والرمزي والصور والأشكال) مرتفعة بصورة عامة في فقرات التقديم، أمّا في فقرات التطبيق فقد جاءت المراوحة بين التمثيل اللفظي وكلّ من التمثيلين الآخرين ضعيفة، بينما كانت مرتفعة بين التمثيل بالصور والأشكال والرمزي. وبشكل عام فإن تضمين الصف الثامن للمراوحات بين التمثيلات كان أفضل منه في الصفين السادس والسابع.

وتنسجم هذه النتائج مع ما أظهره تحليل المحتوى وفقاً لمعيار (NCTM) في الدراسة الحالية، حيث ظهر المؤشر (15) الخاص بالمراوحات بين التمثيلات المتعددة في فقرات التقديم متوسطاً للصفين السابع والثامن ومرتفعا للصف الثامن، بينما ظهر المؤشر (8) الخاص بها في فقرات التطبيق، ضعيفا للصفين السادس والسابع ومتوسطاً للصف الثامن. ولكن التحليل بنموذج ليش قد أتاح لنا الخوض في تفاصيل هذه النتائج، حيث ظهر أنّ تضمين المراوحات لم يكن بطريقة مدروسة، وإنما جاء متذبذباً بين الصفوف وحتى في محتوى الصف الواحد، غير أنّ المراوحة من التمثيل بالصور والأشكال إلى كلّ من التمثيل اللفظي والرمزي ، وتحديداً في فقرات التقديم، قد كانت الأبرز على الإطلاق، رغم أنها لم تظهر كذلك بالاتجاه المعاكس. وهذا مؤشر أنّ الكتاب يقدّم الشكل الهندسي أو الصورة وينقلها للشكل الرمزي أو اللفظي ومن ثم يتعامل مع التمثيلين الأخيرين دون العودة إلى الربط مع الشكل نفسه.

وقد انسجمت نتائج هذا السؤال بشكل عام مع ما توصّل إليه رستم (2012) بأن التمثيلات الرياضية المتعددة في المحتوى الفلسطيني قد تمّ تضمينها كنهايات بحد ذاتها، وليست كطرق متصلة وذات معنى، ويعود ذلك الحكم لظهور التمثيلات الرياضية بمعزل عن المراوحات بينها في العديد من فقرات المحتوى. وهو ما يراه الباحثون نوعاً من القصور في طرح المادة، فعدم تعرض الطلبة لتمثيلات متنوعة وتعلّم كيفية الانتقال فيما بينها، تقلل فرص امتلاكهم للبنى المعرفية وللصور الذهنية اللازمة لإدراك المادة وفهمها وتفسيرها، وبالتالي يجب معرفة التمثيلات المتعددة، جنباً إلى جنب مع كيفية الانتقال والتواصل فيما بينها (Juersivich, Garofalo & Fraser, 2009).

وتنسجم نتائج الدراسة الحالية مع ما أشارت اليه الدراسات المحلية، بضعف تضمين العديد من كتب الرّياضيات لما يتطلبه نموذج ليش(Lesh) كدراسة حمد(2017)، والخطيب (Alkhateeb, 2019)، ورستم(2012).

5:5 مناقشة نتائج السؤال الخامس حول مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرّياضيات البريطانية(كامبردج) للمرحلة من(6 – 8) للتمثيلات الرّياضية المتعددة والمراوحات بينها في ضوء نموذج ليش(Lesh).

أظهرت النتائج أنّ كلاً من التمثيل اللّفظي والتمثيل بالصور والأشكال قد جاء مرتفعاً جداً، وأنّ التمثيل الرمزي قد جاء ما بين المرتفع والمرتفع جداً، بينما ظهر التمثيل بالمواقف الحياتية ما بين الضعيف والضعيف جداً، وجاء التمثيل بالنماذج والمجسمات ضعيفاً جداً للصفين السابع والثامن فيما انعدم تماماً من محتوى الصف السادس. أمّا المراوحات بين التمثيلات المتعددة فقد جاءت ما بين المعدومة والمتوسطة للمحتوى الهندسي كاملاً.

وقد ظهر أنّ المحتوى يركز بصورة كبيرة على التمثيلات اللفظية والتمثيلات بالصور والأشكال، فعلاوة على تضمينها بأعلى نسبة، نجد المراوحات فيما بينها بصورة متوسطة إلى مرتفعة، خلافاً لبقية التمثيلات التي قد بدت ضعيفة جداً أو معدومة تماماً. وبالرغم من أنّ تضمين التمثيل الرمزي قد ظهر مرتفعاً، إلاّ أنّ المراوحة بينه وبين سابقيه قد ظهرت ضعيفة بصورة عامة.

أمّا التمثيل بالمواقف الحياتية والذي جاء تضميه ضعيفاً جداً بنسبة تقارب (7%) للصفين السادس والسابع، فقد جاء بنسبة (25.4%) في محتوى الصف الثامن، والذي تضمنه في 54 فقرة، ولكن نظراً لارتفاع عدد فقرات المحتوى الهندسي في الكتاب، فقد جاءت نسبته ضعيفة، كما وكان الاهتمام بتضمينه في فقرات التطبيق أكثر من فقرات التقديم، حيث لاحظت الباحثة أنّ الكتاب يربطه بمسائل حلّ المشكلات، وهو أمر بالغ الأهمية، انطلاقاً من أنّ زيادة تمثيلات المواقف الحياتية، يضفي تنوعاً في المسائل ويخلق بيئات تعلّم أفضل للمستويات العليا للتفكير والفهم(Mok, 2010). كما لاحظت في الفقرات التي تضمنته، ظهوراً للمراوحة منه إلى كلّ من التمثيل اللفظي والتمثيل بالصور والأشكال بصورة كبيرة، الأّ انّ قصوراً قد ظهر بالمراوحة منه إلى التمثيل الرمزي والتمثيل بالنماذج والمجسمات، ومن التمثيلات الأُخرى إليه.

أمّا عن التمثيل بالنماذج والمجسمات فنلحظ انعدامه في فقرات التقديم، باستثناء فقرة واحدة في الصف الثامن، مع ظهور فقير جداً له في فقرات التطبيق للصفين السابع والثامن، ومن الجدير بالذكر أن المحتوى الهندسي كاملاً لم يتضمن أيّ مراوحة بين التمثيل بالنماذج والمجسمات والتمثيل بالمواقف الحياتية، بينما ظهرت مراوحة واحدة بينه وبين التمثيلات الرمزية. ورغم أنّ ظهور نسبة المراوحات بين التمثيل بالنماذج والمجسمات والتمثيل بالمواقف الحياتية قد تكون منخفضة بسبب

ضعف تضمينهما بالمحتوى بالمقام الأول، الاّ أنّ الباحثة قد رصدت المراوحات في الأمثلة التي تضمنتهما، وقد وجدتها ضعيفة عموماً.

ولم يظهر أُسلوباً محدداً أو نمطاً في استخدام المراوحات، سواء بين محتوى الصفوف الثلاثة أو بين فقرات التقديم والتطبيق لمحتوى الصف نفسه، باستثناء ما ذكر سابقاً حول الاهتمام بالمراوحات بين التمثيلات اللفظية والتمثيلات بالصور والأشكال، مع انخفاض نسبة تضمين بقية المراوحات بصورة عامة، وباستثناءات قليلة، وبهذا يؤخذ على كتب كامبردج البريطانية ضعفها في بناء الطلاقة التمثيلية للطلبة "representational fluency" بوصفها القدرة على تجسيد أي تفكير أو فكرة رياضية بأشكال مختلفة، بما في ذلك القدرة على الترجمة وإقامة روابط بين هذه التمثيلات، والتي أكدت دراسة بكّار ومحمد ويونس وكريم (Bakar, Mohamed, Yunus, & Karim, 2020) دورها المحوري في تعليم وتعلّم الرّياضيات بفهم.

وبذلك تحيد كتب كامبردج البريطانية عن ما اقترحه ليش في نموذجه. وتنسجم نتائجها مع ما أشارت اليه العديد من الدراسات، بعدم تطابق محتوى الكتب مع ما يتطلبه نموذج ليش للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها (Treffert-Thomas, Viirman, Hernandez-Martinez & Rogovchenko, 2017).

6:5 مناقشة نتائج السؤال السادس حول مدى التشابه والاختلاف بين محتوى الهندسة في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات الرياضية المتعددة والمراوحات بينها.

أظهرت النتائج أنّ كلّاً من كتب كامبردج البريطانية والكتب الفلسطينية تركز على تمثيلات دون الأخرى، وأنّ غالبة المراوحات تنحصر بين التمثيلاّت اللفظية والرمزية والصور والأشكال وباتجاه واحد في كثير من الفقرات. أمّا أبرز أوجه التشابه، فقد كانت في تضمين المحتوى للتمثيلات اللفظية بصورة مرتفعة جداً، وكذلك للارتفاع العام في نسبة التمثيلات الرمزية والتمثيلات بالصور والأشكال، مع ظهور متواضع للتمثيلات بالمواقف الحياتية ، وافتقار للتمثيل بالنماذج والمجسمات.

كما وتشابهت في ضعفها الشديد في تضمين المراوحات بين التمثيلين بالمواقف الحياتية والنماذج والمجسمات وجميع التمثيلات الأخرى، مع انعدامها أحياناً، ولم تتجاوز نسبتها المئوية (13.5%) باستثناءات قليلة في الصف الثامن، والذي تضمن المراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل اللفظي في فقرات التقديم للكتاب الفلسطيني بنسبة (31.7%) مقابل (23.3%) لكتاب كامبردج، والمراوحة من التمثيل بالمواقف الحياتية إلى التمثيل بالصور والأشكال في فقرات التطبيق بنسبة (19.5%) للكتاب الفلسطيني، مقابل (20.4%) لكامبردج، وهي نسب ضعيفة أيضاً.

كما وظهر تشابهاً بين الكتب في ارتفاع المراوحة من الصور والأشكال إلى التمثيل اللفظي في فقرات التقديم، مقابل ضعف في المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الرمزي في فقرات التطبيق، رغم ظهور التمثيلين بحد ذاتهما بصورة مرتفعة في نفس الفقرات.

أمّا أبرز أوجه الاختلاف في التمثيلات الرياضية، فتكمن في تضمين المحتوى الفلسطيني لتمثيلات الرموز بصورة أكبر من محتوى كامبردج البريطاني، وخصوصاً في فقرات التقديم، بينما يظهر محتوى كامبردج متفوقاً في استخدام التمثيلات بالصور والأشكال، وخصوصاً في فقرات التطبيق.

أمّا تمثيلات المواقف الحياتية فيؤخذ على المحتوى الهندسي للكتب الفلسطينية والبريطانية ضعف تضمينها بشكل عام، رغم ظهورها بنسبة أفضل في الكتب الفلسطينية، وخصوصاً في فقرات التقديم. كما ويؤخذ عليهما قصورها في تضمين النماذج والمجسمات، فنجد أنّه قد انعدم من محتوى كتاب السادس البريطاني مقابل ظهور فقير بنسبة (10.4%) في فقرات تقديم المحتوى الفلسطيني، كما انعدم في فقرات تطبيق الصف الثامن الفلسطيني مقابل نسبة ضئيلة (7.2%) في محتوى كامبردج. وبهذا ظهر أنّ كلاً من المحتوى الفلسطيني وكامبردج البريطاني، قد ركزا على التمثيلات التقليدية المستخدمة عادة في تدريس الهندسة. رغم تأكيد العديد من نتائج الدراسات السّابقة على جدوى التدريس باستخدام التّمثيلات المتعددة بالمقارنة مع التدريس التقليدي(Akkus & Cakiroglu, 2009)، وجدوى التمثيلات المستندة إلى المواقف الحياتية والنماذج في تعميق قدرة الطلبة على الفهم، وتنمية مهاراتهم في حلّ المسائل والمشكلات الرياضية، والتفكير التأملي والإبداعي، وزيادة تحصيلهم، علاوة على تعديل وجهات نظرهم نحو الرّياضيات وأهميتها(Kuchemann, Hodgen & Brown, 2011 ؛ توبة، 2014).

أمّا أبرز أوجه الاختلاف في تضمين المراوحات بين التمثيلات فقد برزت في تفوق كتب كامبردج في المراوحة من التمثيل اللفظي إلى الصور والأشكال بشكل عام، مع تذبذب الكتب الفلسطينية، التي قدّمتها بصورة ضعيفة للصف السادس، ومتوسطة للسابع، ومرتفعة جداً للثامن، بينما جاء تطبيقها

ضعيفاً بوجه عام. فعلى سبيل المثال نجد في كتب كامبردج أسئلة تتطلب ترجمة الصور والأشكال إلى الشكل اللفظي، أو وصف التحويلات الهندسية الظاهرة في شكل ما، والتي لم يتضمنها المحتوى الفلسطيني على الإطلاق. أمّا المراوحة بالاتجاه المعاكس، أي من الصور والأشكال إلى اللفظي، فظهر الاختلاف الأبرز في تضمينها بفقرات تطبيق السادس والسابع ولصالح كتب كامبردج.

وبالنظر للمراوحة بين التمثيل اللفظي والرمزي، فقد تفوقت فقرات تقديم المحتوى الفلسطيني بتضمينها في الصفين السابع والثامن، بينما جاءت ضعيفة جداً في الصف السادس مقابل نسبة متوسطة لكامبردج. وفي حين جاءت جميع المراوحات بين التمثيلين ضعيفة في فقرات التطبيق، فإن المراوحة من التمثيل الرمزي إلى اللفظي قد جاءت متوسطة في كتاب السادس الفلسطيني.

أمّا المراوحات بين التمثيلين الرمزي والصور والأشكال فظهر تقديمها لصالح المحتوى الفلسطيني لكتب السادس والثامن، بينما تفوقت فقرات تطبيق كامبردج في تضمينها بصورة متوسطة إجمالاً.

وعليه فقد خلصت النتيجة، أنه رغم التركيز عى تمثيلات دون الأُخرى ورغم التباين في المراوحات بين التمثيلات في الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج، ورغم ضعفها وانعدمها في بعض الفقرات، إلاّ أنّ المراوحات بين التمثيلين اللفظي والرمزي قد جاءت لصالح المحتوى الفلسطيني، بينما تضمين الصور والأشكال والمراوحة من التمثيل اللفظي إليها قد جاءت لصالح محتوى كامبردج البريطاني. كما وخلصت إلى أنّ تطبيق الكتب الفلسطينية أضعف من تقديمها بصورة عامة.

وتختلف هذه النتائج مع دراسات المقارنة التي خلصت لحكم مطلق لأفضلية أحد المنهجين على الآخر كدراسة لينواند وجنسبرغ (Leinwand & Ginsburg, 2007) والتي أظهرت أنّ التمثيلات

الرياضية والمراوحات بينها تستخدم بصورة واسعة في كتب سنغافورة وتتفوق بذلك على الكتب الأمريكية.

7:5 التوصيات

أولاً: توصيات خاصة للقائمين على تطوير المناهج وكتب الرّياضيات الفلسطينية:

1) إعادة النظر في العمليات المتضمنة في المحتوى الرياضي، والاهتمام بتوظيف المعايير الصادرة عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرّياضيات(NCTM)، والتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها بحسب نموذج ليش(Lesh)، لما يقترحانه من أُسس وقواعد رياضية وعلمية وتربوية ذات جدوى عالية في مجال تعليم وتعلّم الرّياضيات المدرسية.

2) تطوير المحتوى الهندسي للمرحلة من (6–8) في ضوء نتائج الدراسة، والتي أظهرت الحاجة إلى تضمينه بمزيد من الفقرات التي تنتمي لمعيار التمثيل الرياضي بحسب(NCTM)، والتي انعدمت من المحتوى أو لم يتم مراعاتها بصورة كافية، وخصوصاً فيما يتعلق بتمثيلات النمذجة والمواقف الحياتية وحلّ المشكلات والتمثيلات المعتمدة على التقنيات التكنولوجية. والتعديل والإضافة في فقراته بحيث تتوافق مع ما اقترحه ليش(Lesh)، وخصوصاً فيما يتعلق بتمثيلات النماذج والمجسمات والتمثيلات الحياتية، والمراوحات بين التمثيلات المختلفة.

3)تطوير فقرات التطبيق في المحتوى الهندسي من (6–8) كماً ونوعاً والاهتمام بالعمليات المتضمنة وخصوصاً فيما يتعلق باستخدام التمثيلات في حلّ مشكلات رياضية.

4) توظيف كوادر معدة لتأليف كتب الرّياضيات المدرسية، بحيث تكون مطّلعة على المعايير العالمية وملّمة بالتوجهات والدراسات الحديثة في الميدان للاسترشاد بها عند أية عملية تطوير.

ثانياً: توصيات خاصة بمعلمي الرّياضيات للمرحلة من (6- 8):

1) الاطلاع على المعايير والمبادئ العالمية للمرحلة، وعلى نماذج عالمية رائدة في مجال تعليم وتعلّم الرّياضيات، وتطوير قدراتهم في استخدام التكنولوجيا الحديثة وتوظيفها في التدريس.

2)سد القصور الظاهر في المحتوى الهندسي- إلى حين تطوير الكتب- من خلال تقديمهم وتطبيقهم للمادة بتمثيلات متعددة تركز على المراوحات التي اقترحها نموذج ليش(Lesh)، وعلى المؤشرات الفرعية التي ظهرت ضعيفة والظاهرة في ملخص نتائج الدراسة.

ثالثاً: مقترحات لدراسات مستقبلية:

1) القيام بدراسات متخصصة تستهدف رصد مدى تضمين الكتب الفلسطينية لواحد أو أكثر من معايير (NCTM) للعمليات، لمختلف المراحل والموضوعات الرياضية.

2) القيام بدراسة مماثلة تستهدف مقارنة محتوى الكتب الفلسطينية والبريطانية، انطلاقاً من ملاحظة الباحثة للعديد من أوجه الاختلاف في المحتوى الهندسي أثناء رصدها للعمليات، وتقترح المقارنة بكتب اديكسل(Edexcel) البريطانية، لسمعتها العالمية في إعداد الطلبة لاختبار الشهادة الدولية العامة للتعليم(International General Certificate of Education) والمعروف بالاختصار (IGCE).

3) القيام بدراسات تستهدف مقارنة الكتب الفلسطينية بكتب دول متطورة ومتفوقة في الاختبارات العالمية مثل سنغافورة.

4) القيام بدراسات تجريبية لتقصي مدى توظيف معلمي الرّياضيات للتمثيلات المتعددة والمراوحات فيما بينها في تدريسهم.

قائمة المراجع العربية

أبو جادو، صالح. (1998). **علم النفس التربوي** (ط.1). عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

أبو الرب، محمد. (2016). **التّمثيلات المتعددة في تدريس الكسور العادية وأثرها على تحصيل واتجاهات طلبة الصّف الخامس الأساسي في مدارس الوكالبة في نابلس.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: فلسطين.

أبو الرب، نصري.(2007). **تحليل محتوى كتب الرّياضيات للمرحلة الأساسية في الأردن في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات.** (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة عمان العربية للدراسات العليا: عمان، الأردن.

أبو الروس، محمد. (2018). **تقييم محتوى كتب الرّياضيات الفلسطينية المطورة للمرحلة الثانوية في ضوء معايير(NCTM).** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

أبو سكران، محمد. (2012). **فاعلية استخدام خرائط التفكير في تنمية مهارات حل المسألة الهندسية والاتجاه نحو الهندسة لطلاب الصف الثامن الأساسي.** (رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

أبو سكران، محمد. (2019). درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتب الرّياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6– 8) من المرحلة الأساسية. **مجلة الجامعة للدراسات التربوية والنفسية، 27**(1)، 185– 211.

أبو العجين، أشرف. (2011). **تقويم محتوى مناهج الرّياضيات الفلسطينية في ضوء بعض معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات(NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة الازهر: غزة، فلسطين.

أبوعمرة، روضة. (2007). **مطابقة وثيقة كتب الرّياضيات في المنهاج الفلسطيني لمعايير (NCTM) في مجال الهندسة والقياس للمرحلة الأساسية العليا في محافظة غزة**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة الأزهر: غزة، فلسطين.

أبو مزيد، مبارك(2012). **أثر استخدام النمذجة الرياضّية في تنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلبة الصف السادس الأساسي بمحافظات غزة**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة الأزهر: غزة، فلسطين.

أبو هلال، محمد. (2012). **أثر إستخدام التّمثيلات الرّياضيات على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرّياضيات لدب طلاب الصّف السّادس الأساسي**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

أحمد، بلال. (2015). **أثر استخدام المدخل البصري في تنمية القدرة على حل المسائل الرياضية في الهندسة الفراغية والاتجاه نحوها لدى طلاب الصف العاشر الأساسي بغزة**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

الأحمدي، سليمان. (2015). مستوى مهارات التمثيل الرياضي" Mathmematical Representation" لدى طالبات الصف الثالث المتوسط بمدينة الرياض. **دراسات في**

المناهج وطرق التدريس: جامعة عين شمس –كلية التربية– الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، 209، 61– 86.

توبة، رباب. (2014). **أثر استخدام النمذجة الرياضية على استيعاب المفاهيم الرياضية وحل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف السابع الأساسي في وحدة القياس.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة النجاح الوطنية: نابلس، فلسطين.

الجخلب، مها. (2019). **أثر إستخدام نموذج Lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية المفاهيم الرّياضية ومهارات التّرابط الرياضي لدى طالبات الصّف الرابع الاساسي.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

الجراح، ضياء. (2014). **تحليل محتوى وحدات الهندسة في كتب رياضيات الصفوف(الرابع، الخامس، السادس) من التعليم الأساسي في المملكة الأردنية الهاشمية في ضوء بعض المعايير العالمية والعربية.** بحث مقدم في المؤتمر العلمي الثالث والعشرون للجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس– تطوير المناهج. رؤى وتوجهات– مصر، القاهرة: الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس.

الحمامي، إيمان. (2015). **تقويم محتوى كتب للصفوف (5–8) في ضوء معايير TIMSS.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

حمد، ديما. (2017). **أثر تددريس وحدة مطورة في التحويلات الهندسية بالاستناد إلى التمثيلات المتعددة على تحصيل طلبة التاسع وتفسيراتهم لإجراءات التحويل الهندسي.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: فلسطين.

الخالدي، موسى، كشك، وائل. (2020). دراسة نقدية وإثرائية لمناهج العلوم والرياضيات الفلسطينية الجديدة في ضوء مهارات القرن الحادي والعشرين. **المجلة الدولية للأبحاث التربوية، 44**(3)، 269- 293.

الخشاش، قاسم.(2004). **الاتصال والتمثيل الرّياضيات لدى طلبة المرحلة الاساسية العليا في الاردن في ضوء معايير NCTM لعام 2000م**. (رسالة دكتوراة غير منشورة). جامعة عمان العربية للدراسات العليا: عمان، الأردن.

الخيال، نيفين. (2019). الدراسات المقارنة فى المناهج: دراسة تحليلية مقارنة، وإطار مقترح. **مجلة كلية التربية فى العلوم التربوية، 43**(4)، 1051-1140.

الدراس، وائل. (2016). درجة توافر معيار التمثيل في كتب الرّياضيات المطورة و طرق التمثيل الرياضي المستخدمة من قبل المدرسين في تدريسها. **مجلة العلوم التربوية والنفسية، 9**(4)، 1076- 1045.

درويش، عطا، ومقاط، محمد. (2011). مستوى جودة محتوى منهاج الرّياضيات الفلسطيني للصفوف الثالث والرابع والخامس الأساسي في ضوء معايير(NCTM). **مجلة الزيتونة المحكّمة، 1**، 72- 109.

الدويري، أحمد، والقضاة، خالد. (2006). دراسة تحليلية مقارنة بين كتابي الرّياضيات في المملكة الأردنية الهاشمية والمملكة العربية السعودية في موضوع الأسس واللوغاريتمات في ضوء المعايير العالمية لمناهج الرّياضيات (NCTM, 2000). **مجلة اتحاد الجامعات العربية، 47**، 92- 93.

رستم، أنور. (2012). **التّمثيلات المتعددة في وحدة الجبر من كتاب الرّياضيات للصف السابع ومدى إستخدام المعلّمين لها.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: فلسطين.

الرمحي، رفاء. (2016). نظرية فان هيل في التفكير الهندسي. **مجلة رؤى التربوية، 29**، 87-9.

الرواجبة، اسامة، والعبيدي، هاني(2011). أثر إستخدام نموذج ليش للتمثيلات الرّياضياتية المتعددة في تحصيل طلبة الصّف الثامن. **المجلة التربوية –الكويت، 26**(101)، 83- 111.

الرواحي، منصور. (2008). **التّمثيل الرياضي لدى طلبة الصّفين الثامن والتاسع الأساسي في ضوء معايير NCTM.** (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة السلطان قابوس: مسقط.

الزعبي، علي، والعبيدان، عبد الله. (2014). تحليل كتاب الرّياضيات للصف الرابع في المملكة العربية السعودية في ضوء معايير NCTM. **دراسات العلوم التربوية، 41**(1)، 317-332.

سالم، عبد الحكيم. (2008). **تطوير مناهج الرّياضيات في المرحلة الأساسية الدنيا(1-4) في فلسطين في ضوء احتياجات المجتمع الفلسطيني المعاصرة.** (رسالة دكتوراه غير منشورة). معهد البحوث والدّراسات العربية: القاهرة، مصر.

سليمان، أمنة. (2012). **مقارنة محتوى كتاب الرّياضيات الفلسطيني مع الإسرائيلي للصف الثامن الأساسي ومعرفة مدى توافر معايير(NCTM) في محتوى الكتاب الفلسطيني.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة النجاح الوطنية: نابلس، فلسطين.

سهيل، إيناس. (2011). **مدى توافر معايير الربط والتمثيل والاتصال في كتب الرّياضيات المستخدمة للمرحلة المتوسطة.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية العلوم التربوية والنفسية، جامعة عمان العربية:عمان، الاردن.

شبير، عماد.(2011). **أثر استراتيجية حل المشكلات في علاج صعوبات تعلّم الرّياضيات لدى طلبة الصف الثامن الأساسي.** (رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية). جامعة الأهر: غزة، فلسطين.

الشريف، هاشم. (2013). **مقارن بين محتوى كتاب الرّياضيات الفلسطيني والإسرائيلي للصفوف (7-9) في ضوء معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات(NCTM, 2000).** (رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية). جامعة الازهر: غزة، فلسطين.

الشهري، عبد الله. (2015). تقويم محتوى كتاب الرّياضيات للصف الأول الثانوي في المملكة العربية السعودية في ضوء معايير (NCTM). **دراسات عربية في التربية وعلم النفس العربية، 68**، 191-220.

الشويخ، جهاد. الرمحي، رفاء. مسعد، فطين. (2016). **تعلم الهندسة في فلسطين: نظرة على أداء الطلبة و المعلمين.**

صبيح، أماني (2004).**تحليل وتقويم كتب الرّياضيات المدرسية وفق نموذج طور في ضوء معايير المحتوى والعمليات الأمريكية.** (رسالة دكتوراة غير منشورة). جامعة عمان العربية للدراسات العليا: عمان، الأردن.

طنطاوي، مصطفى. (2005). بناء منهج لتعليم الثقافة الإسلامية لطلاب مرحلة ما بعد التّعليم الأساسي بسلطنة عمان في ضوء الأسس والمعايير اللازمة له في تحقيق بعض أهدافه .**بحث مقدّم في المؤتمر العلمي السابع عشر – مناهج التّعليم والمستويات المعيارية**–مصر، القاهرة: الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، ص 518 – 609.

العاصي، سالم. (2018). **مدى تضمن كتب الرّياضيات المطورة للصفين الثالث والرابع الاساسي لمعايير المجلس الوطني لمعلمي الرّياضيات.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

العايدي، محمود. (2008). **مقارنة محتوى مناهج الرّياضيات الفلسطينية والأردنية والمصرية للصف التاسع الأساسي.** (رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية). جامعة النجاح الوطنية: نابلس، فلسطين.

عبيدة، عبد الحميد. (2016). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرّياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة العلوم التربوية والنفسية، 75**، 117– 170.

عبيد، وليم. (1998). رياضيات مجتمعة لمواجهة تحديات مستقبلية: إطار مقترح لتطوير مناهج الرّياضيات في بداية القرن الحادي والعشرين. **مجلة تربويات الرّياضيات**، (1).

عثمان، محمد. (2017). **اثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في تنمية مهارات التفكير التاملي و الاحتفاظ بها لدى طلاب الصف الثامن الاساسي بغزة.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

العساف، صالح (2012). **المدخل إلى البحث في العلوم السلوكية**.السعودية، الرياض: دار الزهراء للنشر والتوزيع.

عسقول، محمد؛ أبوعودة، عبدالرحمن؛ وعبدالحق، أحمد. (2019). تحليل محتوى كتب الرّياضيات الفلسطينية للصف التاسع في ضوء معايير (NCTM). **مجلة كلية التربية الأساسية للعلوم التربوية والانسانية، 42**، 337-355.

عفانة، عزو. (2001). تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى طالب الصف السابع الأساسي بغزة في ضوء مدخل فان هايل. **مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، 71** ، 0-40.

فضل الله، محمد. (2005). متطلبات التقويم اللغوي في ظل حركة المعايير التربوية.**بحث مقدّم في المؤتمر العلمى السابع عشر – مناهج التّعليم والمستويات المعيارية**- مصر، مجلد 1، القاهرة: الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، 147 – 178.

كرزون، نور.(2019). **تحليل محتوى كتب الرّياضيات الفلسطينية للصفوف من الثالث إلى الخامس الأساسية في ضوء معايير المحتوى التى حددها المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات(NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: فلسطين.

كساب، سناء. (2009). **مستوى جودة موضوعات الهندسة المتضمنة في كتب رياضيات مرحلة التّعليم الاساسي بفلسطين في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرّياضيات.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الاسلامية: غزة، فلسطين.

المحرزي، عبد الله. (2016). أثر إستخدام التّمثيلات الرّياضية على التّحصيل والميول نحو الرّياضيات لدى تلاميذ المرحلة الأساسية بمحافظة حجة، **مجلة كلية التربية بأسيوط– مصر. 32**(4)، 38–78.

المصري، ماجد. (2003). **أثر استخدام استراتيجية بوليا في تدريس المسألة الرياضية الهندسية في مقدرة طلبة الصف التاسع الأساسي على حلها في المدارس الحكومية التابعة لمحافظة جنين.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة النجاح: نابلس، فلسطين.

المومني، تغريد. (2008). **مدى توافر معياري الربط والتّمثيل في كتب الرّياضيات المدرسية في الأردن في ضوء المعايير العالمية لمناهج الرّياضيات للمرحلة الأساسية.** (رسالة دكتوراة غير منشورة). كلية التربية، جامعة عمان العربية للدراسات العليا: عمان، الأردن.

ميخائيل، ناجي. (2009). توظيف نموذج أبعاد التّعلّم/التفكير لمارزانو فى تدريس الرّياضيات. **ندوة المناهج الدّراسية رؤى مستقبلية.** كلية التربية، جامعة السلطان قابوس: سلطنة عمان.

النحاس، نجلاء ؛ العدوى، مروة. (2017). مقارنة مناهج التعليم الجغرافى فى مصر ونماذج دولية. **نماذج عربية فى التربية وعلم النفس، 90**، 444– 487

نحاس، نجلاء. (2016). استخدام البحوث الجامعيةResearch Undergraduate (UR) في تصميم خريطة بحثية مستقبلية لقسم المناهج وطرق التدريس بكلية التربية جامعة الإسكندرية فى ضوء التوجهات البحثية العالمية المعاصرة. **مجلة كلية التربية– جامعة الإسكندرية. 26**(6)، 21–150

قائمة المراجع الاجنبية

Akarsu Yakar, E. (2017). Mathematical language skills of 7th grade students ın the process of transforming the real life situation ınto a mathematical expression ın algebra. *İnönü University Journal of the Faculty of Education 18*(1).

Akcakaya, I. (2014). A Comparison between Turkish and American 8th Grade Mathematics Textbook's Chapter Test Questions. *International Academic Conference on Social Science, 42*, 227-234.

Akkus, O. & Cakiroglu, E. (2009). The Effects Of Multiple Representations-BasedInstruction On Seventh Grade Students' Algebra Performance. Electronicreferences, Retrieved on 28/10/2020, from:http: //www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg4-01-akkus-

Alkhateeb, M. (2019). Multiple Representations in 8th Grade Mathematics Textbook and the Extent to Which Teachers Implement Them. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1), 137-145.

Asli, O. (2001). The effect of multiple representations on students learning In mathematics. In *proceeding of the annual meeting of the north American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,(23rd, Snowbird, Utah, October 18-21).*

Bakar, A., Mohamed, S., Yunus, F., & Karim, A. (2020). Use of Multiple Representations in Understanding Addition: The Case of Pre-school Children. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, *19*(2), 292-304.

Barmby, P., Bolden, D., & Harries, T. (2011). A representational approach to developing primary ITT students' confidence in their mathematics. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *31*(1), 31-36.

Bye, S.(2011).*Examining when use of Mon-Routine Problems to Supplement Instruction secondary Mathematics Classes:Case Study Findings* . Ph.D . Dissertation, The University of Nebraska - Lincoln. USA.

Bay-Williams, J. (2013).*Making shifts toward Proficiency.*Teaching Children Mathematics, *20*(3), 163-170.

Chahine, I. (2011). The role of translations between and within representations on the conceptual understanding of fraction knowledge: A Tran cultural study. Journal of Mathematics Education, 4(1), 45-56.

Cooper, J. (1984) Measurement and Analysis of Behavioral Techniques, Ohio, Charles Merrier, Co.

Creswell, J. W. (2015). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative, 5th Ed.* Pearson Education.

Dundar, S., Gokkurt, B., & Soylu, Y. (2012). Mathematical modelling at a glance: a theoretical study. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *46*, 3465-3470.

Germain-Mc Carthy, Y. (2013). *Bringing the NCTM standards to life: Exemplary practices for middle school*. Routledge.cakiroglu.

Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. *The roles of representation in school mathematics, 2001*, 1-23.

Grossman, C. (2010). *Using Multiple Representations to Build Stronger Student Collaboration and Understanding in Mathematics.* Unpublished Master, The University of Arizona: USA.

Gülkılık, H., Uğurlu, H. H., & Yürük, N. (2015). Examining Students' Mathematical Understanding of Geometric Transformations Using the Pirie-Kieren Model. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *15*(6).

Hamburg, P.M. (2009). *Financial mathematical tasks in a middle school mathematics textbook series a content analysis,* Unpublished doctoral dissertation, University of Akron.

Harwell, R., Post, R., Maeda, Y., Davis, D., Cutler, L., Andersen, E., & Kahan, A. (2007). "Standards"-based mathematics curricula and secondary students' performance on standardized achievement tests. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(1), 71-101.

Hatice Ç, & Aydın, S. (2020). The Effect of Multiple Representation Based Instruction on Mathematical Achievement: A Meta-Analysis. *International Journal of Educational Research Review, 5*(1), 26-36.

Hodgen, J. (2010). *Is the UK an outlier?: An international comparison of upper secondary mathematics education*. London: Nuffield Foundation.

Huntly, I., Kaiser, G., & Luna, E. (2012). *International Comparisons in Mathematics Education (Studies in mathematics education series; 11)*. Falmer Press

Jitendra, A &others (2010). An Evaluation of Intended and Implemented Curricula's Adherence to the NCTM standards on Mathematics Achievment of Third Grade Students. *Journal of Curriculum and Instruction, 4* (2), 33-50.

Juersivich, N., Garofalo, J., & Fraser, V. (2009). Student teachers' use of technology-generated representations: Exemplars and rationales. *Journal of Technology and Teacher Education, 17*(2), 149-173.

Kastberg, Signe. (2002). *Understanding Mathematical Concepts: The Case of the Logarithmic Function.* A Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of the University of Georgia in Partial Fulfillment of the Requirements of the Degree Docotor.

Ken-cheng, A. (2010). *Teaching and learning mathematical modeling with technology.*

Kenedi, A. K., Helsa, Y., Ariani, Y., Zainil, M., & Hendri, S. (2019). Mathematical Connection Of Elementary School Students To Solve Mathematical Problems. *Journal on Mathematics Education, 10*(1), 69-80.

Küchemann, D., Hodgen, J., & Brown, M. (2011). Models and representations for the learning of multiplicative reasoning: Making sense using the Double Number Line. *Proceedings for the British Society into Learning Mathematics, 31*(1).

Kulm, G., Curtis, D. (2000).Rating Algebra Textbooks. *Paper Presented at The Annual Meeting Of The National Council Of Teachers Mathematics*, Chicago, Robert Professor Texas A & M University.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T., Zawojewski, J., (2003) Using a translation model for curriculum development and classroom instruction. In Lesh. R… Doerr.H. (Eds.) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey

Leinwand, S., & Ginsburg, A. L. (2007). Learning from Singapore math. *Educational Leadership*, *65*(3), 32-36.

Mok, I. A. C. (2010). Representations in Mathematics Textbooks, Learning and Teaching: Multiple perspectives. *International Workshop on Textbooks in Mathematics, Physics and Chemistry*.

Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2018). Transformations in the visual representation of a figural pattern. *Mathematical Thinking and Learning*, *20*(2), 91-107.

Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.

National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA, NCTM

Nicholas, S. (2010). *The implementation of Ohio Content and Process Standards for mathematics Among Middle School Teachers*. Phd, College of Education and Human Services of Ohio University.

Nugroho, M., Budiyono, A. & Slamet, I. (2019). Experimentation of innovative learning models in terms of students multiple ıntelligences among middle school students in Demak District. *International Journal of Educational Research Review, 4*(2), 262-268.

Okeeffe, L. (2013). A Framework for Textbook Analysis. *International Review of Contemporary Learning Research,2*(1), 1-13.

Ozdemir, S., & Reis, Z. A. (2013). The effect of Dynamic and Interactive Mathematics Learning Environments (DIMLE), supporting multiple representations, on perceptions of elementary mathematics pre-service teachers in problem solving process. *Online Submission, 3*(3), 85-94.

Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory Into Practice, 40*(2), 118-127.

Reyhani, E., & Izadi, M. (2018). Comparative Content Analysis of Mathematics Textbooks in first Grade Students of Elementary Schools in Iran, Japan and America. *International Journal of Industrial Mathematics*, *10*(3), 295-310.

Pickrign, J., & Capps, L.(2000) . *Alignment of elementary geometry curriculum with current standards scghool science & mathematics*, *100* (5), 243-250.

Ruddock, G., & Sainsbury, M. (2008). *Comparison of the Core Primary Curriculum in England to Those of Other High Performing Countries. Research Report DCSF-RW048*. Place of publication not identified: Distributed by ERIC Clearinghouse.

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M., & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational studies in mathematics, 79*(2), 215-237.

Selling, S. K., Garcia, N., & Ball, D. L. (2016). What does it take to develop assessments of mathematical knowledge for teaching?: Unpacking the mathematical work of teaching. *The Mathematics Enthusiast*, *13*(1), 35-51.

Siregar, N. D., & Surya, E. (2017). Analysis of students' junior high school mathematical connection ability. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)*, *33*(2), 309-320.

Sorto, M. A. (2011). Data analysis and statistics in middle grades: An analysis of content standards. *School Science and Mathematics*, *111*(3), 118-125

Sun, Y. & Others. (2009). Middle Grade Teachers' Use of Textbooks and Their Classroom Instruction. *Journal of Mathematics Education*, *2*(2), 20-37.

Treffert-Thomas, S., Viirman, O., Hernandez-Martinez, P., & Rogovchenko, Y. (2017). Mathematics lecturers' views on the teaching of mathematical modelling. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *22*(4), 121-145.

Trends In International Mathematics And Science Study (TIMSS,2007). *Reportting Student Achievement in Mathematics and Science*. Boston College: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School Of Education.

Trends In International Mathematics And Science Study (TIMSS ,2019). *Reportting Student Achievement in Mathematics and Science*. Boston College: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School Of Education. https://www.iea.nl/studies/iea/timss/2015

Ulusoy, F., & Incikabi, L. (2019). Incorporating Representation-Based Instruction into Mathematics Teaching: Engaging Middle Schoolers with Multiple Representations of Adding Fractions. In *Handbook of Research on Promoting Higher-Order Skills and Global Competencies in Life and Work* (pp. 311-336). IGI Global.

Wadlington, E., Bitner, J., Partridge, E., & Austin, S. (2002). Have a problem? Make the writing-mathematics connection!. *The Arithmetic Teacher*, *40*(4), 207-209.

You, Z., & Quinn, R. J. (2010). Prospective elementary and middle school teachers' knowledge of linear functions: A quantitative approach. *Journal of mathematics Education*, *3*(1), 66-76.

Zeringue, J & others. (2010). *Influences on Mathematics Textbook Selection : What Really Matters?*. Education Development Center, Paper Presented at The NCTM Research Pre-Session, San Diego.

الملاحق

ملحق رقم (1): موضوعات المحتوى الهندسي للمرحلة من (6-8) في كتب الرّياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية

1) <u>الكتب الفلسطينية:</u> تكونت من جزأين، كل جزء يحتوي على وحدة خاصة بالهندسة أو بالهندسة والقياس معاً، وقد تم اختيار الموضوعات الهندسية فقط، وفيما يلي تظهر لكل صف على حدة، ومن ضمنها بعض دروس القياس التي احتوت على فقرات هندسة تم تحليلها ضمن الدراسة، كما وتم أخذ الأسئلة المتعلقة بالهندسة فقط من تمارين هذه الدروس ومن التمارين العامة.

الصف السادس الأساسي	
الوحدة الثانية (الهندسة والقياس 1) من ص27 – ص55	
الجزء الأول	الدرس الاول: متوازي الأضلاع
	الدرس الثاني: شبه المنحرف
	الدرس الثالث: خصائص شبه المنحرف
	الدرس الرابع: الارتفاع في الأشكال الهندسية
	الدرس السابع: تمارين عامة
الوحدة السابعة(الهندسة 2) من ص45- ص71	
الجزء الثاني	الدرس الأول: خواص المثلث
	الدرس الثاني: المثلث متساوي الساقين
	الدرس الرابع: الدائرة
	الدرس السابع: تمارين عامة
الصف السابع الأساسي	
الوحدة الثانية (الهندسة والقياس) من ص36 – ص59	
الجزء الأول	الدرس الاول: المستوى الديكارتي
	الدرس الثاني: الانعكاس والانسحاب
	الدرس الرابع: الهرم الرباعي
	الدرس السابع: تمارين عامة

الوحدة السابعة (الهندسة والقياس) من ص63- ص90	
الجزء الثاني	الدرس الأول: الزّوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين: المتكاملتان، والمتقابلتان بالرأس
	الدرس الثاني: الزّوايا المتتامة
	الدرس الثالث: العلاقات بين الزّوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين يقطعهما ثالث
	الدرس الرابع: الزوايا الداخلية للمضلع
	الدرس الخامس: الزوايا الخارجية للمضلع
	الدرس السادس: تمارين عامة
الصف الثامن الأساسي	
الوحدة الثالثة(الهندسة) من ص63 – ص88	
الجزء الأول	الدرس الاول: نظرية فيثاغورس
	الدرس الثاني: عكس نظرية فيثاغورس
	الدرس الثالث: تطابق المثلثات (1)
	الدرس الرابع: تطابق المثلثات (2)
	الدرس الخامس: تشابه المثلثات
	الدرس السادس: تمارين عامة
الوحدة السادسة (الهندسة والقياس) من ص35- ص62	
الجزء الثاني	الدرس الأول: متوازي الأضلاع
	الدرس الثاني: القطاع الدائري
	الدرس الثالث: القطعة الدائرية
	الدرس الرابع: الأسطوانة
	الدرس الخامس: المخروط

2) **<u>كتب كامبردج البريطانية:</u>** جاءت وحدات الهندسة منفصلة عن وحدات القياس، وبواقع ثلاثة وحدات لكل من الصفين السادس والسابع، وأربعة وحدات للصف الثامن، وفيما يلي عرض للموضوعات التي تضمنتها.

الصف السادس – كامبردج
الوحدة 3: (Shapes and geometric reasoning 1) من ص32 – ص53
3.1 الزوايا (Angles)
3.2 حساب الزوايا (Calculating Angles)
3.3 المثلثات (Triangles)
3.4 الأشكال الرباعية(Quadrilaterals)
3.5 التماثل(Symmetry)
تمارين مراجعة (Review)
الوحدة 9: (Shapes and geometric reasoning 2) من ص121 – ص55
9.1 الإنشاءات(Constructions)
9.2 الإنشاء والقياس(Measurement and Construction)
9.3 المجسمات (Solids)
9.4 تمارين مراجعة (Review)
الوحدة 13: (Position and movement) من ص182 – ص199
13.1 الانعكاس(Reflection)
13.2 الدوران(Rotation)
13.3 الانسحاب (Translation)
13.4 استخدام المحاور (Using coordinates)
13.5 تمارين مراجعة (Review)
الصف السابع – كامبردج
الوحدة 3: (Shapes and geometric reasoning 1) من ص33 – ص52
3.1 الخطوط المتوازية (Parallel lines)
3.2 الزوايا والمثلثات (Angles and triangles)
3.3 الأشكال المتطابقة (Congruent shapes)
3.4 الأشكال الرباعية(Quadrilaterals)
3.5 تصنيف الأشكال الرباعية (Classification of quadrilaterals)
3.6 شبكات المجسمات (Nets of solids)
3.7 التماثل (Symmetry)
3.8 تمارين مراجعة (Review)

الوحدة 9: (Shapes and geometric reasoning 2) من ص115 – ص130
9.1 الإنشاءات(Constructions)
9.2 إنشاء مثلثات(Constructing triangles)
9.3 الدوائر (Circles)
9.4 مقياس الرسم(Scale drawing)
9.5 تمارين مراجعة (Review)
الوحدة 13: (Position and movement) من ص175 – ص199
13.1 التحويلات الهندسية(Transformation)
13.2 الدوران(Rotation)
13.3 التمدد (Enlargement)
13.4 نقطة منتصف قطعة مستقيمة (Midpoints)
13.5 تمارين مراجعة (Review)
الصف الثامن – كامبردج
الوحدة 3: (Shapes and geometric reasoning 1) من ص34 – ص48
3.1 المضلعات (Polygons)
3.2 مضلعات إضافية (More Polygons)
3.3 زوايا وخطوط (Angles and lines)
3.4 تمارين مراجعة (Review)
أسئلة امتحانات (Examination– style questions)
الوحدة 9: (Shapes and geometric reasoning 2) من ص107– ص132
9.1 ثلاثيات الأبعاد (Three dimensions)
9.2 التناظر الانعكاسي لثلاثيات الأبعاد (Reflection symmetry in three dimensions)
9.3 إنشاء الخطوط (Construction of lines)
9.4 إنشاء المضلعات (Construction of polygons)
9.5 الخرائط والاتجاهات(Maps and bearings)
9.4 تمارين مراجعة (Review)
أسئلة امتحانات (Examination– style questions)

الوحدة 13: (Position and movement) من ص182 – ص207
13.1 الفسيفساء(Tessellation)
13.2 المحل الهندسي (Loci)
13.3 وصف التحويلات الهندسية (Describing Transformation)
13.4 التكبير (Enlargements)
13.5 تمارين مراجعة (Review)
أسئلة امتحانات (Examination– style questions)
الوحدة 21: (Pythagoras theorem) من ص299 – ص308
21.1 نظرية فيثاغورس (Pythagoras' theorem)
21.2 تطبيقات على نظرية فيثاغورس (Applications of Pythagoras' theorem)
21.3 تمارين مراجعة (Review)
أسئلة امتحانات (Examination– style questions)

ملحق رقم (2): قائمة بأسماء السّادة المحكمين والسيدات المحكمات لأدوات الدّراسة

الاسم	الدّرجة العلمية	العمل
د.فطين مسعد	دكتوراة في تعليم الرّياضيات	محاضر في جامعة بيرزيت
د.رفاء الرّمحي	دكتوراة في تعليم الرّياضيات	محاضر في جامعة بيرزيت
د.إيناس العيسى	دكتوراة في القيادة التربوية	محاضر في كلية سخنين لتأهيل المعلمين
د. إليانا جابر	دكتوراة في تعليم الرّياضيات	مديرة مدرسة ثانوية في القدس
أ.نايف الطيطي	ماجستير في تعليم الرّياضيات	مشرف للرّياضيات في محافظة الخليل، ومشارك في إعداد الكتب الفلسطينية الجديدة.

ملحق رقم (3): أداة تحليل المحتوى الخاصة بمعيار التمثيل الرّياضيّ (NCTM).

1) بطاقة التحليل الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي (NCTM) <u>الخاصة بفقرات التقديم</u>

المعيار الرئيسي ومؤشراته الفرعية	الإشارة	التكرار	الدرجة	الحكم
أولاً: بناء وإستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية				
1. تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أوالقوانين الهندسية				
2. يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم بإستخدام طرق مختلفة				
3. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تمس خبرة الطالب المباشرة				
4. يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى				
5. يعرض الكتاب التمثيلات بالتدرج من المحسوس إلى المجرد				
6. يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة				
7. يستخدم الكتاب التقنيات التكنولوجية الحديثة لتقديم تمثيلات متعددة				
8. يقدم الكتاب أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل رياضي				
9. تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا فيما بينهم				
10. تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا مع معلمهم.				
11. يستخدم الكتاب الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية				
12. يظهر الكتاب التماثل في مواقف رياضية				
13. يظهر الكتاب تطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية				
14. تتميز التمثيلات المقدمة بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية.				
ثانيا: **اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية**				
15. يتطلب حل الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة				
16. يقدم الكتاب التمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة				
17. تلعب التمثيلات المعروضة دورًا في مساعدة الطلبة على حل المشكلات				
18. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي				
19. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي				
ثالثا: **إستخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية**				
20. يستخدم الكتاب النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.				
21. يحث الكتاب الطلبة على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية				
22. يحث الكتاب الطلبة على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية				
23. يحث الكتاب الطلبة على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية				

2) بطاقة التحليل الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي (NCTM) الخاصة بفقرات التطبيق

المعيار الرئيسي ومؤشراته الفرعية	الإشارة	التكرار	الدرجة	الحكم
أولاً: بناء وإستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية				
1. .يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم بإستخدام طرق مختلفة				
2. يتطلب الكتاب استخدام الطالب لتمثيلات رياضية تمس خبرته المباشرة				
3. يتطلب الكتاب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة				
4. يتطلب الكتاب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حل المسائل				
5. يتطلب الكتاب استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية				
6. يتطلب الكتاب استخدام التماثل في مواقف رياضية				
7. يتطلب الكتاب تطبيق التحويلات الهندسية في مواقف رياضية				
ثانيا: **اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية**				
8. يتطلب حل المسائل إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة				
9. يتطلب الكتاب استخدام الطالب للتمثيلات في حل مشكلات رياضية.				
10. يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي				
11. يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي				
ثالثا: **إستخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية**				
12. يتطلب الكتاب استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.				
13. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية				
14. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية				
15. يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية				

ملحق رقم (4): الجداول الخاصة بتفريغ التحليل بحسب نموذج ليش(Lesh)

1) جدول تفريغ التمثيلات:

التمثيلات الرياضية بحسب نموذج ليش	مجال التقديم				مجال التطبيق			
	التكرار		النسبة المئوية	الحكم	التكرار		النسبة المئوية	الحكم
	الاشارة	المجموع			الاشارة	المجموع		
عدد الفقرات								
التمثيلات اللفظية								
التمثيلات الرمزية								
التمثيلات للصور والاشكال								
التمثيلات للمواقف الحياتية								
التمثيلات للمجسمات والنماذج								
جموع التمثيلات المتوفرة								

4) جدول تفريغ المراوحات:

المراوحة / الصّف	الصف: نوع الكتاب:فلسطيني/ كامبردج نوع الفقرات: تطبيق/ تقديم اسم الوحدة:		
	الإشارة	التكرار	النسبة
لفظي ← رمزي			
لفظي ← صور وأشكال			
لفظي ← نماذج ومجسمات			
لفظي ← مواقف حياتية			
رمزي ← لفظي			
رمزي ← رمزي			
رمزي ← نماذج ومجسمات			
رمزي ← مواقف حياتية			
صور وأشكال ← لفظي			
صور وأشكال ← رمزي			
صور وأشكال ← نماذج ومجسمات			
صور وأشكال ← مواقف حياتية			
نماذج ومجسمات ← لفظي			
نماذج ومجسمات ← رمزي			
نماذج ومجسمات ← صور واشكال			
نماذج ومجسمات ← مواقف حياتية			
مواقف حياتية ← لفظي			
مواقف حياتية ← رمزي			
مواقف حياتية ← نماذج ومجسمات			
مواقف حياتية ← صور وأشكال			

ملحق رقم (5): نتائج تحليل المحتوى الهندسي الفلسطيني للمرحلة من (6-8) حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي على صورة تكرارات.

1) فقرات التقديم:

الصف وعدد الفقرات / التكرار / المؤشرات الفرعية لفقرات التقديم	السادس 55 التكرار	السابع 48 التكرار	الثامن 41 التكرار
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية			
1) تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أوالقوانين	11	12	19
2) يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم بإستخدام طرق مختلفة	9	10	15
3) يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تمس خبرة الطالب المباشرة	4	6	13
4) يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى	0	1	2
5) يعرض الكتاب التمثيلات بالتدرج من المحسوس إلى المجرد	7	1	5
6) يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة	16	20	17
7) يستخدم الكتاب التقنيات التكنولوجية الحديثة لتقديم تمثيلات متعددة	0	0	0
8) يقدم الكتاب أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل رياضي	44	42	41
9) تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا فيما بينهم	20	11	10
10) تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا مع معلمهم.	25	12	10
11) يستخدم الكتاب الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	13	9	0
12) يظهر الكتاب التماثل في مواقف رياضية	5	2	0
13) يظهر الكتاب تطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	0	3	0
14) تتميز التمثيلات المقدمة بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية.	53	48	39
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية			
15) يتطلب حل الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	21	28	37
16) يقدم الكتاب التمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة	17	17	27
17) تلعب التمثيلات المعطاه دورًا في مساعدة الطلبة على حل المشكلات	5	3	10
18) يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	1	0	5
19) يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	4	0	7
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية			
20) يستخدم الكتاب النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	9	10	21
21) يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	0	0
22) يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	0	0	5
23) يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	0	7

2) فقرات التطبيق

المؤشرات الفرعية لفقرات التقديم / الصف والتكرار	السادس 39 التكرار	السابع 56 التكرار	الثامن 41 التكرار
المعيار الأول: بناء واستخدام التمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية			
1) يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم بإستخدام طرق مختلفة	5	7	8
2) يتطلب الكتاب استخدام الطالب لتمثيلات رياضية تمس خبرته المباشرة	5	2	7
3) يتطلب الكتاب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة	0	1	1
4) يتطلب الكتاب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حل المسائل	26	34	36
5) يتطلب الكتاب استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	4	5	0
6) يتطلب الكتاب استخدام التماثل في مواقف رياضية	2	1	0
7) يتطلب الكتاب تطبيق التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	0	0	0
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية			
8) يتطلب حل المسائل إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	15	17	28
9) يتطلب الكتاب استخدام الطالب للتمثيلات في حل مشكلات رياضية.	5	10	14
10) يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	5	3	8
11) يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	7	2	7
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية			
12) يتطلب الكتاب استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	4	7	10
13) يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	0	1
14) يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	0	2	3
15) يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	1	1

ملحق رقم (6): نتائج تحليل المحتوى الهندسي لكتب كامبردج البريطانية للمرحلة من (6-8)

حسب معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي على صورة تكرارات.

1) فقرات التقديم لكتب كامبردج

المؤشرات الفرعية لفقرات التقديم / الصف والتكرار	السادس 57	السابع 43	الثامن 60
	التكرار	التكرار	التكرار
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية			
1) تساهم التمثيلات المستخدمة في الكتاب في استنتاج القواعد أوالقوانين	2	5	7
2) يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم بإستخدام طرق مختلفة	2	2	3
3) يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تمس خبرة الطالب المباشرة	5	5	1
4) يعرض الكتاب تمثيلات رياضية تساعد في تطوير فهم الطلبة للأفكار الهندسية عالية المستوى	2	5	2
5) يعرض الكتاب التمثيلات بالتدرج من المحسوس إلى المجرد	0	0	0
6) يعرض الكتاب المفهوم الواحد بطرق تمثيل متنوعة	27	13	11
7) يستخدم الكتاب التقنيات التكنولوجية الحديثة لتقديم تمثيلات متعددة	0	0	0
8) يقدم الكتاب أنشطة يتطلب القيام بها استخدام أكثر من تمثيل رياضي	43	29	40
9) تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا فيما بينهم	0	4	0
10) تسهم التمثيلات المتوفرة في جعل الطلبة يتواصلون رياضيًا مع معلمهم.	9	9	0
11) يستخدم الكتاب الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	9	10	7
12) يظهر الكتاب التماثل في مواقف رياضية	8	6	3
13) يظهر الكتاب تطبيقات التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	9	11	7
14) تتميز التمثيلات المقدمة بالوضوح والدقة في عرض الأفكار الهندسية.	56	43	60
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية			
15) يتطلب حل الأنشطة إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	39	28	41
16) يقدم الكتاب التمثيلات بشكل يساعد على اكتساب الطلبة مرونة التنقل بين التمثيلات المختلفة	28	18	30
17) تلعب التمثيلات المعطاه دورًا في مساعدة الطلبة على حل المشكلات	10	15	21
18) يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	5	2	7
19) يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	5	6	9
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية			
20) يستخدم الكتاب النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	2	4	15
21) يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	0	0
22) يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	1	0	0
23) يحث الكتاب على استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	0	1

2) فقرات التطبيق لكتب كامبردج

المؤشرات الفرعية لفقرات التقديم / الصف والتكرار	السادس 106	السابع 79	الثامن 152
	التكرار	التكرار	التكرار
المعيار الأول: بناء واستخدام التّمثيلات لتنظيم وتسجيل وايصال الأفكار الرّياضية			
1) يشجع الكتاب الطلبة على تمثيل افكارهم بإستخدام طرق مختلفة	37	31	16
2) يتطلب الكتاب استخدام الطالب لتمثيلات رياضية تمس خبرته المباشرة	4	11	4
3) يتطلب الكتاب استخدام التقنيات التكنولوجية الحديثة التي توفر تمثيلات متعددة	0	0	0
4) يتطلب الكتاب استخدام أكثر من تمثيل رياضي في حل المسائل	93	55	127
5) يتطلب الكتاب استخدام الرسم البياني لتمثيل الأشكال الهندسية	27	24	34
6) يتطلب الكتاب استخدام التماثل في مواقف رياضية	17	8	12
7) يتطلب الكتاب تطبيق التحويلات الهندسية في مواقف رياضية	30	20	15
المعيار الثاني: اختيار وتطبيق التمثيلات والمراوحة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية			
8) يتطلب حل المسائل إجراء مراوحة بين التمثيلات المتعددة	70	50	96
9) يتطلب الكتاب استخدام الطالب للتمثيلات في حل مشكلات رياضية.	34	28	52
10) يتطلب الكتاب ترجمة الصور الرمزية للمسألة إلى شكل هندسي	26	17	35
11) يتطلب الكتاب ترجمة النصوص الرياضية إلى شكل هندسي	28	25	34
المعيار الثالث: استخدام التّمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرّياضية			
12) يتطلب الكتاب استخدام النماذج الهندسية لتمثيل المواقف الحياتية.	10	5	39
13) يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الفيزيائية	0	0	0
14) يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الاجتماعية	0	0	0
15) يتطلب الكتاب استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الرياضية	0	0	0

تم بحمد الله