استعراض بعض الطرق الهندسية لتسهيل العمليات الرياضية الأساسية

الاستلام: 8/فبراير/2024
التحكيم: 30/ إبريل/ 2024
القبول: 22 / مايو/ 2024

لجين محمد زكي شيت (1,*)

[1] قسم الرياضيات /كلية التربية الاساسية/جامعة الموصل، الموصل، العراق.
* عنوان المراسلة: lujaenalsufar@uomosul.edu.iq

https://doi.org/10.20428/jst.v291.2355

استعراض بعض الطرق الهندسية لتسهيل العمليات الرياضية الأساسية

لجين محمد زكي شيت
قسم الرياضيات ، كلية التربية الأساسية ،جامعة الموصل
الموصل، العراق
lujaenalsufar@uomosul.edu.iq

الملخص

يستعرض البحث أهم الطرق الهندسية في الحسابات الرياضية الأساسية في عمليتي الضرب والقسمة. حيث سنقدم في هذه الطرق عدة حسابات مثلا عملية الضرب وعملية القسمة بين كميات مختلفة لتسهيل العملية الحسابية للمراحل الأولية والمتوسطة لطلاب المدارس. وتعتبر هذه الطرق هي بحث تطبيقي لتسهيل عملية الحفظ للطلاب لجداول الضرب والقسمة.

الكلمات المفتاحية: *حساب الرياضيات، الضرب، القسمة، طرق هندسية، جداول العلميات.*

***Abstract*— The research reviews the most important engineering methods in basic mathematical calculations. In these methods, we will present several calculations, for example, the multiplication process and the division process between different quantities, to facilitate the arithmetic process for the primary and intermediate stages of school students. These methods are considered applied research to facilitate students' memorization of multiplication and division tables.**

Keywords— *Mathematics Calculation, Multiplication, Division, Mathematical Methods, Operation tables.*

I. المقدمة

يواجه طلاب المراحل الأولية والابتدائية صعوبة كبيرة في حفظ جداول العمليات الحسابية الأساسية وهي الضرب وخصوصا لجداول الإعداد التي تزيد عن 4 او ما يسمى بجدول العدد 4 وأيضا عند ضرب الإعداد الكبيرة. وأيضا العملية الحسابية الأخرة وهي القسمة تعتبر هي الأخرى من أصعب العمليات للتلاميذ والطلاب وأكثرها تعقيدا عندما تكون الأعداد الكبيرة او ما يسمى القسمة على الأعداد الكبيرة لذا سأحاول في هذا البحث التطبيقي تقديم طرق هندسية مبسطة لتسهيل حسابات هذه العمليات لكل الفئات التعليمية.

ان استخدام جداول الضرب يعتبر قديم جدا حيث يعتبر البابليون اول من استخدمه على الالواح الطينية وبالأحرف او الكتابة المسمارية. واستخدموا قاعدة الاساس الستينية اي من الاعداد واحد الى العدد تسعة وخمسون في تمثيل جدول الضرب. ثم تلاهم الصينيين القدماء حيث احتوى جداول الضرب الصيني من واحد وعشرون رباطا من الخيزران حيث تكون الارقام متسلسلة لتكون مصفوفة مكونة من تسعة عشر رقما. وبعدهم طور اليونانيين جدول الضرب ليصل عدد الاعمدة في جدول الضرب الى 98 عمود. وفي عام 1820 طور الأسكتلنديين جداول الضرب ليعطي ناتج (99*99).

واخيرا تعدّ جداول الضرب هو اساس علم الرياضيات بكل الفترات، حيث به يتم ايجاد حلول المسائل الرياضية الحسابية لكل المتعلمين والعاملين في شتى المجالات، لذا حرصوا في الاهتمام بتطويره من البابليين وحتى مكتشفه فيثاغورس، وتتابعت الإنجازات بكل المراحل، لذا نقراء جداول ضرب متعددة حسب المرحلة، فيعتمد بعضها على النظام الستيني، وبعضها على النظام العشري. وهناك طرق حديثة لتسهيل عملية الضرب التي تستخدم في الحياة اليومية وسنعرضها من خلال هذه المقالة او البحث.

والعملية الحسابية الاخرى التي لا تقل صعوبة عن الضرب هو القسمة. وتشتق القسمة من التقسيم اي تجزئ الشيء الى اجزاء صغيرة. والقسمة انواع منها القسمة القصيرة والقسمة المطولة. وتعتبر القسمة احدى العمليات الرياضية المعقدة للمتعلمين والمعلمين سوا للفهم او للشرح، لهاذا السبب نتطرق في هذا البحث لتوضيح وتقديم جداول القسمة لبعض الفئات بطرق سهلة الفهم.

II. طرق لتسهيل عمليات جدول الضرب

قبل تقديم الطرق نستعرض التعريف الاساسي لعملية الضرب حيث يعرف بأنّه عملية جمع متكرر للعدد بمرات العدد المضروب.

فمثلًا ناتج ضرب 6×4 هو تكرار العدد 6 اربع مرات 6+6+6+6 = 24

او هو تكرار العدد 4 ست مرات 4+4+4+4+4+4 = 24،

والضرب يكون بين الأعداد الصحيحة والكسور. ونرمز لها: (×)، أو (*)، أو (·)، والان نستعرض الطرق كالتالي: -

أ. الطريقة الاولى/ هذه الطريقة تستخدم في جميع جداول الضرب للأعداد 7,8,9,10

وتتلخص خطواتها كالتالي:

1- بعد كتابة العددين المطلوب ضربهما (نضع فوق) نستخرج من كل عدد الرقم المطلوب للوصول الى العدد العشرة.

2- نضرب الارقام التي استخرجت لجعل الارقام المطلوب ضربهما يساوي عشرة.

3- نجد الفرق بين العدد المضروب الاول مع العدد الذي يجعل المضروب الثاني يساوي عشرة.

امثلة لتوضيح خطوات الطريقة الاولى

حاصل ضرب العددين 8 × 8

1- نكتب العددين المراد ضربهما ونضع فوق كل عدد الرقم المطلوب للوصول للعدد عشرة كما بالشكل: -

$$\begin{matrix} 2 & 2 \\ 8 & X\ 8 \end{matrix} =$$

2- نضرب العددين او الرقمين الذين يجعل الارقام المضروبين يساوي عشرة ايضا كما في شكل الخطوة التالية: -

2 × 2 = 4 نضع ناتجهم بالمرتبة الاحاد لناتج الضرب للعددين 8 × 8

8 × 8 = 4

3- نأخذ الرقم الناتج من طرح العدد المضروب الاول من العدد الذي يجعل العدد المضروب الثاني يساوي عشرة ونضعه بالمرتبة العشرية من الناتج وايضا موضح بالفقرة التالية: -

8 – 2 = 6 ونضع ناتجهم بالمرتبة العشرية لناتج الضرب للعددين 8 × 8

8 × 8 = 46

امثلة متنوعة لتوضيح الطريقة

وهكذا بالنسبة لكل الامثلة التالية التي توضح الطريقة

-1
5 2
40 = 5 × 8

-2
4 2
48 = 6 × 8

-3
5 1
45 = 5 × 9

-4
3 1
63 = 7 × 9

-5
1 1
81 = 9 × 9

-6
3 2
56 = 7 × 8

ب. الطريقة الثانية / تستخدم هذه الطريقة للجداول الضرب الاعداد من 11 الى 19

وتتلخص خطواتها كالاتي: -

1- نقسم ناتج الضرب دائما الى ثلاث خطوط بحيث تأخذ المرتبة المئوية القيمة العددية واحد (1)

2- بعد وضع ثلاث خطوط لمراتب الناتج للعددين المضروبين بحث نعطي لكل خط ناتج عملية حسابية تجرى على العددين المضروبين الأحادي يأخذ عملية الضرب والعشرية يأخذ العملية الجمع والمئوية تأخذ قيمة واحد (1). في المرتبة المئوية من ناتج الضرب نضع دائما القيمة واحد (1).

3- تجري عملية الضرب والجمع على المراتب الاحادية للعددين المضروبين المطلوب ايجاد ناتجهم.

امثلة لتوضح خطوات الطريقة الثانية

حاصل ضرب العددين 16 × 19

1- نقسم الناتج الى ثلاث اقسام بحيث نضع ثلاثة خطوط ونضع واحد في المرتبة المئوية كما موضح بالشكل التالي: -

___ ___ ___ = 19 ×16
1

2- نضع العملية التي تجرى على كل خط للمراتب الاحادية فقط لضرب العددين نضعها في الخط الاول ولجمع العددين الاحاديين من عددي المراد ضربهما نضعها في الخط الثاني من الناتج كما موضح بالشكل التالي: -

___ ___ ___ = 19 ×16
1 + ×

3- الان نجري الضرب لآحاد العددين المضروبين والجمع ايضا لآحاد العددين المضروبين ونضعهم في الموقع المخصص لهما لنحصل على ناتج الضرب للعددين كما في الشكل التالي:-

_3_ _0_ _4_ = 19 ×16
1 + ×
الباقي 2 5

امثلة متنوعة لتوضيح الطريقة

وهكذا بالنسبة لكل الامثلة التالية التي توضح الطريقة

-1
_1_ _4_ _3_ = 11 ×13
1 + ×

-2
_1_ _9_ _2_ = 12 ×16
1 + ×
الباقي 1

-3
_2_ _5_ _5_ = 15 ×17
1 + ×
البافي 1 3

-4
_2_ _5_ _2_ = 18 ×14
1 + ×
الباقي 1 3

ج. الطريقة الثالثة / تستخدم هذه الطريقة للجداول الضرب لكل الاعداد

وتتلخص خطواتها كالاتي: -

1- نقسم الناتج الى ثلاث خانات حيث كل خانة سيأخذ ناتج من العمليات على الاعداد المضروبة.

2- نضرب المراتب الأحادية للإعداد المطلوب إيجاد ناتج ضربهما سويا وتوضع في الخانة الاولة والباقي يضاف على الناتج التالي.

3- نضرب المراتب العشرية للأعداد المطلوب ايجاد ناتج ضربهما سويا وتوضع في الخانة الثالثة.

4- نضرب العدد للمرتبة الحادية للعدد الاول مع العدد للمرتبة العشرية للعدد الثاني ثم نضرب العدد العشري للعدد الاول مع العدد الاحادي للعدد الثاني ومن ثم نجمع ناتج ضرب العمليتين لنضع الناتج في الخانة الثانية بعد اضافة الباقي من الخانة الاولى .

امثلة توضح خطوات الطريقة الثالثة

حاصل ضرب العددين 24 × 43

1- نقسم الناتج الى ثلاث خانات كالتالي:-

___ ___ ___ = 43 × 24

2- سناخذ ناتج ضرب الاعداد من المراتب الاحادية لكلتا العددين ونضعه في الخانة الاولى كما في الشكل التالي: -

___ ___ _2__ = **4**3 × 2**4**
الباقي 1

3- سناخذ ناتج ضرب العددين للمراتب العشرية للعددين المراد ايجاد ناتج ضربهما ونضعه في الخانة الثالثة كما موضح بالشكل التالي:-

_8_ ___ _2_ = **4**3 × **2**4
الباقي 1

4- سنأخذ ناتج ضرب العدد الأحادي من المضروب الاول مع العدد العشري من المضروب الثاني ونجمعه مع ناتج ضرب العدد العشري للمضروب الاول مع العدد الاحادي من المضروب الثاني ونضع الناتج في الخانة الثانية بعد اضافة الباقي من الخطوة الاولى كما في الشكل التالي:-

1+ 22 =6+**16**
_10_ _3__ _2_ = **43 × 24**

وهكذا بالنسبة لكل الامثلة التالية التي توضح الطريقة

https://doi.org/10.20428/jst.v291.2355

امثلة متنوعة لتوضيح الطريقة

-1

_6_ ____ _0_ = 26 × 35

الباقي 3

ثم نأخذ الخطوة التي

1+ 3 +28 =18+10

31= 3 +28 =18+10

_9_ _1_ _0_ = 26 × 35

-2

__24 ____ _2_ = 67 × 46

الباقي 4

68= 4 +46 =28+36

_30_ _8_ _2_ = 67 × 46

-3

_18_ ____ _4_ = 66 × 34

الباقي 2

ثم ناخذ الخطوة التالية

44= 2 +42 =18+24

_22_ _4__ _4_ = 66 × 34

III. طرق لتسهيل عملية جداول قسمة الاعداد

تعتبر عملية القسمة من العمليات الحسابية المهمة في الرياضيات والمعاملات اليومية والحياتية. وتشتق القسمة من التقسيم اي هو قسمة الاشياء أو توزيعه لأجزاء. وتعتبر القسمة احدى العمليات الرياضية المعقدة للمتعلمين والمعلمين سوا للفهم او للشرح، لهاذا السبب نتطرق في هذا البحث لتوضيح وتقديم جداول القسمة لبعض الفئات بطرق سهلة الفهم. نتطرق بالحديث عن العلاقة بين القسمة والضرب

ان هناك ارتباط بين العمليتين حيث خطوة الضرب تاخذنا لخطوتين بالقسمة كالتالي: x × y = z , ينتج عنها خطوتين قسمة وهما z ÷ x = y وأيضا z ÷ y = x

ولتوضيحها اكثر فان 2 × 3 = 6 ، ينتج عنهما عمليتا قسمة هما 6 ÷ 2 = 3 وأيضا 6 ÷ 3 = 2

وبهذه الخطوات تجد حلول القسمة. فمثلا (10 ÷ 2) فماهو العدد الذي يضرب بالعدد 2 لينتج 10 إذن 10 ÷ 2 = 5.

إذا علينا دراسة جداول الضرب. ولكن الطرق المقدمة في هذا البحث لا تعتمد على جدول الضرب ومن هذه الطرق هي:-

أ. الطريقة الاولى / تستخدم هذه الطريقة لجداول القسمة 7,8,9

فمثلا للمقسوم عليه العدد 9 تتلخص خطواتها بالنقاط التالية:-

1- عند قسمة عدد كبير على العدد 9 وهو من الاعداد المذكورة لجداول القسمة المطلوبة سوف نجمع العدد المقسوم واذا كان الناتج للجمع يساوي العدد 9 نضيف للعدد العشري للمقسوم واحد ويكون هو ناتج القسمة النهائي.

2- اما عند قسمة العدد الكبير على العدد 9 وهو ايضا من الاعداد المذكورة لجداول القسمة المطلوبة سوف نجمع العدد المقسوم ايضا وهنا اذا كان الناتج للجمع لا يساوي 9 إي مثلا اكبر من 9 عند ئذ نعمل على طرح ناتج الجمع العدد المقسوم الكبير من العدد 9 والناتج هو باقي القسمة بعد اضافة واحد للمرتبة العشرية للعدد المقسوم.

امثلة توضح خطوات الطريقة للقسمة على العدد 9

1 - حاصل قسمة (36 ÷ 9 =)

أ - اولا نجمع العدد المقسوم 6 +3 = 9 والعدد الناتج (9) هو يساوي 9 يعني الناتج النهائي هو فقط اضافة واحد الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم وهو (36) يعني نضيف (1) الى العدد (3) والناتج النهائي للقسمة هو 4 .

2- حاصل قسمة (38 ÷ 9 =)

ب – اولا نجمع العدد المقسوم 8+3= 11 والعدد الناتج (11) اكبر من 9 يعني ان هناك باقي لناتج القسمة اذا نضيف واحد الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم اي نضيف (1 + 3) والناتج هو 4 لكن الباقي ينتج من طرح ناتج الجمع 11 من العدد المقسوم عليه وهو 9 بالشكل التالي (11 – 9 = 2) والناتج هو سيكون الباقي من ناتج القسمة .

امثلة متنوعة لعملية القسمة على العدد 9

-1 45 ÷ 9 =

5 +4 = 9 بما ان ناتج الجمع للعدد المقسوم يساوي 9 صحيحة اذن الناتج للقسمة هو فقط اضافة واحد الى العدد العشري وهو 4 اذن (4 + 1 = 5) اذن (5) هو ناتج القسمة بدون باقي .

-2 27 ÷ 9 =

7 + 2 = 9 وبما ان ناتج الجمع للعدد المقسوم يساوي 9 صحيحة اذن الناتج للقسمة هو فقط اضافة واحد الى العدد العشري الذي هو 2 اذن (2 + 1 = 3) اذن (3) هو ناتج القسمة بدون باقي.

-3 85 ÷ 9 =

5 + 8 = 13 وبما ان ناتج الجمع للعدد المقسوم يساوي (13) وهو اكبر من 9 يعني ان هناك باقي لناتج القسمة اذا نضيف واحد الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم اي نضيف (8 + 1) والناتج هو 9 لكن الباقي ينتج من طرح ناتج الجمع 13 من العدد المقسوم عليه وهو 9 بالشكل التالي (13 – 9 = 4) والناتج هو سيكون الباقي من ناتج القسمة.

اما للمقسوم عليه العدد 8 فتتلخص خطواتها كالتالي:-

1- اذا كان العدد المقسوم على العدد 8 اقل او يساوي 40 يضاف للعدد العشري 1 فيكون هو الناتج للقسمة.

2- اذا كان العدد المقسوم على العدد 8 اكبر من 40 يضاف للعدد العشري 2 فيكون هو الناتج للقسمة.

امثلة توضح خطوات الطريقة للقسمة على العدد 8

-1 حاصل قسمة (16 ÷ 8 =)

المقسوم هو 16 وهو اقل من 40 اذن يضاف فقط 1 الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 1 الى العدد (1) العشري من المقسوم كالتالي (1+1) والناتج للقسمة هو 2.

-2 - حاصل قسمة (46 ÷ 8 =)

المقسوم هو 46 وهو أكبر من 40 اذن يضاف فقط 2 الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 2 الى العدد (6) العشري من المقسوم كالتالي (6+2) والناتج للقسمة هو 8.

امثلة متنوعة لعملية القسمة على العدد 8

-1 40 ÷ 8 =

المقسوم هو 40 وهو يساوي 40 اذن يضاف فقط 1 الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 1 الى العدد (4) العشري من المقسوم كالتالي(1+4) والناتج للقسمة هو 5.

-2 32 ÷ 8 =

المقسوم هو 32 وهو اقل من 40 اذن يضاف فقط 1 الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 1 الى العدد (3) العشري من المقسوم كالتالي (1+3) والناتج للقسمة هو 4 .

-3 56 ÷ 8 =

المقسوم هو 56 وهو اكبر من 40 اذن يضاف فقط 2 الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 2 الى العدد (5) العشري من المقسوم كالتالي

https://doi.org/10.20428/jst.v291.2355

(2+5) والناتج للقسمة هو 7.
وان للمقسوم عليه العدد 7 تتلخص خطواتها كالتالي: -
1- يضاف العدد (1) للمرتبة العشرية من العدد المقسوم اذا كان العدد المقسوم اقل من 25.
$14 \div 7 = 2$
2- يضاف العدد (2) للمرتبة العشرية من العدد المقسوم اذا كان العدد المقسوم اكثر من 28 واقل من 48 .
$28 \div 7 = 4$
3- يضاف 3 للمرتبة العشرية من العدد المقسوم اذا كان العدد المقسوم اكثر من 49.
$49 \div 7 = 7$
امثلة متنوعة لعملية القسمة على العدد 7
1- $56 \div 7 =$
المقسوم هو 56 وهو اكبر من 45 اذن يضاف العدد (3) الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 3 الى العدد (5) العشري من المقسوم كالتالي (3+5) والناتج للقسمة هو 8.
2- $63 \div 7 =$
المقسوم هو 63 وهو اكبر من 45 اذن يضاف العدد (3) الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 3 الى العدد (6) العشري من العدد المقسوم كالتالي(3+6) والناتج للقسمة هو 9.
3- $23 \div 7 =$
المقسوم هو 23 وهو اقل من 25 اذن يضاف العدد (1) الى المرتبة العشرية للعدد المقسوم يعني يضاف 1 الى العدد (2) العشري من المقسوم كالتالي (1+2) والناتج للقسمة هو 3. ويكون هناك باقي للقسمة هو العدد 2

ب. الطريقة الثانية / تستخدم هذه الطريقة لجداول القسمة 7,6
تتلخص خطواتها هذه الطريقة او الخوارزمية بالنقاط التالية:-
1 - نقارن المقسوم عليه بالعدد عشرة ثم نطرح العدد من العشرة كالمثال التالي (58 ÷ 6) ال 6 هو المقسوم عليه فنطرح العشرة من 6 يكون العدد 4.
$58 \div 6 =$ 4
2- نقارن بين العدد الناتج من الخطوة (1) والذي هو 4 مع العدد الاحادي من المقسوم والذي هو (8) ونضرب العدد الناتج حتى نجعله يساوي العدد الاحادي من المقسوم.
كالمثال السابق حتى نجعل العدد 4 يساوي العدد الاحادي 8 من المقسوم نقارنه حتى يكون العدد 4 يساوي العدد 8 هو ان نضرب العدد 4 بالعدد 2
3- نطرح العشرة من العدد الذي نظربه بالناتج لنحصل على العدد الاحادي من المقسوم.
كامثال المقدم يكون 10-2= 8 لنحصل على الناتج
$58 \div 6 = 8$ 4×2
امثلة متنوعة على الطريقة
-1 $36 \div 6 =$
نقارن المقسوم عليه هو 6 ونطرحه من العشرة يكون الناتج 4 . ثم الخطوة الثانية نقارن العدد الناتج 4 من النقطة الاولى مع العدد الاحادي من المقسوم وهو 6 فاننا سوف نضرب العدد 4 ×4 ليكون الناتج 16 وهو العدد الاحادي من المقسوم والنقطة الثالثة نطرح العدد4 من العشرة والناتج هو ناتج القسمة وهو 6.
-2 $56 \div 7 = 8$
نقارن المقسوم عليه هو 7 ونطرحه من العشرة يكون الناتج 3 . ثم الخطوة الثانية نقارن العدد الناتج 3 من النقطة الاولى مع العدد الاحادي من المقسوم وهو 6 فإننا سوف نضرب العدد 3 ×2 ليكون الناتج 6 وهو العدد الاحادي من المقسوم والنقطة الثالثة نطرح العدد 2 من العشرة والناتج هو ناتج القسمة وهو 8.

IV. الاستنتاجات

من خلال دراساتنا حول الطرق المستخدمة في عمليات تدريس وحفظ جداول الضرب والقسمة لكل المراحل الاولية للمدارس الابتدائية وحتى المراحل المتوسطة نلاحظ هناك ضعف شديد في مستوى التلاميذ والسبب في الطرق المستخدمة والتي تعتمد على الحفظ المجرد دون الاعتماد على قاعدة او طريقة او خوارزمية مرتبة يعود اليها المتعلم في كل مراحله المتقدمة لذا قمنا باعطاء هذا البحث التطبيقي لتقديمه كجزء بسيط لبعض هذه الطرق المهمة لجداول الضرب والقسمة. ولدينا مستقبلا مشاريع لطرق هندسية تستخدم ايضا لجداول الضرب القسمة.

V. المصادر

[1]توني فيليبس. "الضرب البابلي القديم والجداول المتبادلة"، جمعية الرياضيات الأمريكية، جامعة ستون بروك.امريكا(2021)

[2] جآن تشيو (2014)، "جدول العصور القديمة مخبأ في شرائح الخيزران الصينية"، طبيعة، مورشفة من الاصلي في 2021/5/9.

[3] جيه دبليو رينش. " أخطاء الجدول, فن برمجة الكمبيوتر، المجلد 2: الخوارزميات العددية (أديسون ويسلي، ريدينغ، ماساشوستس، 1969) بقلم دونالد إي. كنوث". *مجلة رياضيات الحساب*. مجلد 24 .عدد (110)، صفحة 504. (1970)
DOI:10.1090/s0025-5718-1970-0400642-2. ISSN:0025-5718.مؤرشف من الأصل في 2020-06-28

[4] فاين، هنري ب. (1907). "*نظام الأعداد في الجبر – تمت معالجته نظريًا وتاريخيًا*. بوستن, امريكا" .(PDF) (ط. 2). ص. 90. مؤرشفة من الأصلي في 2022-06-23
http://www.archive.org/details/numbersystemofal00fineuoft

[5] ليزلي، جون. (1820). "*فلسفة الحساب; عرض وجهة نظر تقدمية لنظرية وممارسة الحساب مع جداول لضرب الأعداد حتى ألالف*" . إدنبرة; أبرنيثي & وكرز.