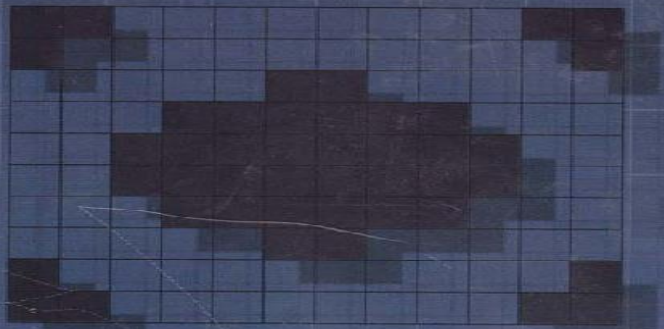
الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب

لطلبة علم الحاسوب وهندسة البرمجيات



DISCRETE MATHEMATICS
IN COMPUTER SCIENCE

الدكتور
ناصر حسين سلمان المفرجي
مركز بحوث الفضاء - بغداد سابقاً
جامعة الزرقاء الاهلية حالياً
كلية العلوم وتكنولوجيا المعلومات
قسم الحاسوب

الدكتورة
جلنار محمد هادي الجبوري
جامعة المستنصرية - كلية العلوم
قسم الفيزياء

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law. https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

2008

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب

DISCRETE MATHEMATICS
IN
COMPUTER SCIENCE

لطلبة علم الحاسوب وهندسة البرمجيات

FIRST EDITION

تأليف

الدكتور ناصر حسين سلمان المفرجي
مركز بحوث الفضاء - بغداد سابقاً
جامعة الزرقاء الاهلية حالياً
كلية العلوم وتكنولوجيا المعلومات
قسم الحاسوب

الدكتورة جلنار محمد هادي الجبوري
الجامعة المستنصرية - كلية العلوم
قسم الفيزياء

دار وائل للنشر
الطبعة الأولى
2008

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

رقم الايداع لدى دائرة المكتبة الوطنية : (2007/7/2256)
المفرجي، ناصر حسين
الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب / ناصر حسين سلمان المفرجي، جلنار محمد هادي الجبوري. - عـمان ، دار وائل ، 2007 .
(333) ص
ر.إ. : (2007/7/2256)
الواصفات: الرياضيات / الحواسيب / علم الحاسوب / البرمجة / المقررات الدراسية
* تم إعداد بيانات الفهرسة والتصنيف الأولية من قبل دائرة المكتبة الوطنية

****

رقم التصنيف العشري / ديوي : 510.05285
ISBN 978-9957-11-719-1 (ردمك)

* الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
* الدكتور ناصر المفرجي – الدكتورة جلنار الجبوري
* الطبعــة الأولى 2008
* جميع الحقوق محفوظة للناشر

دار وائــل للنشر والتوزيع
* الأردن – عمان – شارع الجمعية العلمية الملكية – مبنى الجامعة الاردنية الاستثماري رقم (2) الطابق الثاني
هـاتف : 00962-6-5338410 – فاكس : 00962-6-5331661 - ص. ب (1615 - الجبيهة)
* الأردن – عمـان – وسـط البـلد – مجمـع الفحيص التجـاري- هـاتف: 00962-6-4627627
www.darwael.com
E-Mail: Wael@Darwael.Com
جميع الحقوق محفوظة، لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات أو نقله أو إستنساخه بأي شكل من الأشكال دون إذن خطي مسبق من الناشر.
All rights reserved. No Part of this book may be reproduced, or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without the prior permission in writing of the publisher.

الرياضيات المتقطعة فى علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

LIST OF SYMBOLS قائمة الرموز المستخدمة

1- الرموز المستخدمة في علم منطق الحاسوب Computer Logic Notations

- الاداة $\wedge$ وتعني *AND Logic*
- الاداة $\vee$ وتعني *Inclusive OR Logic*
- الاداة $\oplus$ وتعني *Exclusive OR Logic* وهي اما هذه الجملة او تلك لكن ليس كلاهما *either or not both*.
- الاداة $\neg$ وتعني **not** وهي تعني نفي الجملة التي تسبقها.

$\wedge$ ترمز الى الاداة المنطقية *AND* بين الجملتين — $(p \wedge q)$: *p and q,*

$\vee$ ترمز الى الاداة المنطقية *Inclusive OR* بين الجملتين — $(p \vee q)$: *p or q ,*

$\oplus$ ترمز الى الاداة المنطقية *Exclusive OR* بين الجملتين — $p \oplus q$: *p or q , but not both*

$\neg$ تعني نفي الجملة — $\bar{p}$ او $(\neg p)$: *not p*

ترمز الى ان p ضمنياً تشتمل على — *p implies q* $(p \Rightarrow q)$, $(p \rightarrow q)$

ترمز الى اداة الشرط الثنائي — $p \leftrightarrow q$ *biconditional* $\leftrightarrow$ *if and only if*

التكافؤ المنطقي — $P \equiv Q$ *or* $P \Leftrightarrow Q$: *p and q are logically equivalent*

ترمز الى الكل — $\forall$ for all

ترمز الى انه يوجد — $\exists$ there exist

لكل القيم فان الجملة صحيحة — $\forall x P(x)$: *for every x, P(x)*

لبعض القيم فان الجملة صحيحة — $\exists x P(x)$: *for some x, P(x)*

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

Set notations رموز المجموعة

$\{x_1,\ldots,x_n\}$: set consisting of the elements $x_1,\ldots,x_n$ تمثل مجموعة من العناصر

$\{x \mid p(x)\}$: *set consisting of those elements x satisfying property p(x)*

تمثل مجموعة تشتمل على العناصر x التي تحقق الخاصية $p(x)$

$x \in A$: *x is an element of A*

$x \notin A$: *x is not an element of A*

$A = B$:*set quality* (*A and B have the same elements*) ترمز الى تساوي المجموعات

$|A|$:*number of element in A* يمثل عدد العناصر في المجموعة

ϕ :*empty set* ترمز الى المجموعة الخالية

:*A is a subset of B* ترمز الى المجموعة الجزئية

$P(A)$:*power set of A(all subset of A)* كل المجموعات الجزئية

$A \cup B$:*A union B(all elements in A or B)* تمثل اتحاد المجموعات

$A \cap B$:*A intersect B* (*all elements in A and B*) تمثل تقاطع المجموعات

$\bigcup_{i=1}^{n} X_i$:*union of* $X_1,\ldots,X_n$ (*all elements that belong to at least one of* $X_1,.X_2\ldots,X_n$)

$\bigcup_{i=1}^{\infty} X_i$:*union of* $X_1,.X_2,\ldots.$ (*all elements that belong to at least one of* $X_1,.X_2.,$)

$\bigcap_{i=1}^{n} X_i$:*intersection of* $X_1,\ldots,X_n$ (*all elements that belong to every one of* $X_1,.X_2\ldots,X_n$)

$\bigcap_{i=1}^{\infty} X_i$: intersection of $X_1,.X_2,\ldots.$ (all elements that belong to every one of $X_1,.X_2,\ldots.$)

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

$\bigcup S$: *union of S (all elements that belong to at least one set in S)*

اتحاد عائلة من المجموعات

$\bigcap S$: *intersection of S (all elements that belong to every set in S)*

تقاطع عائلة من المجموعات

$A - B$ *:set difference(all elements in A but not in B)* تمثل فرق المجموعات

$\overline{A}$ *: complement of A(all elements not in B)* تمثل المجموعة المتممة

(x, y) *: ordered pair* الزوج المُرَتب

$(x_1, \ldots, x_n)$ *n-tuple* المتعدد المرتب

AxB *:Cartesian product of A and B[pairs(x,y) with x in A and y in B]*

الضرب الكارتيزي لمجموعتين

$\{S_n\}$ **is entire sequence** يرمز لمتتالية كاملة $S_1, \quad S_2, \ldots\ldots \quad S_n, \ldots\ldots$

المنهل
ALMANHAL

$\sum_{i=m}^{n} a_i$ *) sum* (*or sigma) notation* تسمى رموز الجمع

$\prod_{i=m}^{n} a_i$ (*product notation* تسمى رموز الضرب

$\sum_{i=0}^{n} ar^i$ **is geometric sum** $a + ar + ar^2 + \ldots + ar^n$ **يمثل المجموع الهندسي**

X^* وترمز الى مجموعة كل الـ (*Null string*) ومن ضمنها الـ **X** على(*Strings*

X^+ **X**على *null strings* وترمز الى مجموعة كل الـ

$\sum_{i=1}^{n} (ai + b)$ **Arithmetic series** وترمز الى المتسلسلة الحسابية

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

$R(xRy)$ تمثل علاقة حيث x ترتبط بـ y

$f : D \to R$ دالة من D الى R

$f(x) = x + 2 \quad or \quad y = x + 2$ تمثل دالة ذات متغير واحد

$f(x, y) = x\,y + x^2$ تمثل دالة ذات متغيرين

$R_2 \circ R_1 = \{(x, y) \mid (x, y) \in R_1 \quad and \quad (x, y) \in R_2 \; for \quad some \quad y \in Y$

تمثل علاقة مركبة

$f \circ g(x)$ ("**f composed with g**") , **f circle g"** تمثل الدالة المركبة

$f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$ تمثل معكوس الدالة

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الفهرس

الموضوع	الصفحة
الفصل الاول	
الرياضيات المتقطعة لعلم الحاسوب	
DISCRETE MATHEMATICS FOR COMPUTER SCIEINCE	
1-1 المقدمة	21
1-2 علـــم منطـــق الحاســـوب وتنظيمـــه Computer Logic And Organization	22
1-3 فكرة الجملة في علم الحاسوب The Idea of the Statement.....	22
1-4 العبارة اللغوية The Sentence	24
1-5 الجملة Statement	24
1-6 الجمـــل الرمزيـــة والبســـيطة والمركـــبة *Symbolic , Simple and Compound Statements*	25
1-7 تحديـد جـداول القـيم لجمـل رمزيـة اخـرى *Determining the truth tables of symbol statements*	30
1-8 قاعدة الاسبقية *Precedence Rule*	33
1-9 العبـــارات الشرـــطية والتكـــافؤ المنطقـــي *Conditional Propositions And Logical Equivalence*	34
1-10 قـــوانين De Morgan's Laws للمنطـــق: *De Morgan's Laws For Logic*	42
1-11 قوانين التوزيع *Distributed Laws*	47
1-12 قوانين الترابط *Associative Laws*	47
1-13 عمليات التبادل *Commutative Operations*	48
1-14 العبارات المُقدَّرة *Quantifiers*	49
1-15 العناصر التي تجعل الجمل خاطئة : *Counter Examples*	54

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الموضوع	الصفحة

16-1 نظريـة 2 : تعمـيم قـوانين دي موركـان للمنطـق *Generalized De Morgan Laws For Logic* 59

17-1 الجمـــل المُقـــدَّرة والجمـــل المفتوحـــة(الغـــير مقـــدرة) *quantifiers and Predicates* 68

1-17-1 في منطق الجملة المفتوحة *Predicate logic* 70

2-17-1 المقدّر الشامل Universal Quantifier 70

3-17-1 المقدّر الموجود المحدد Existential Quantifier 71

18-1 المتغير المُقيّد وغير المُقيّد *Bound and Free variables* 74

1-18-1 تعـــويض الثوابـــت للمتغـــيرات *Substitution of constants for variables*: 76

19-1 قـــيم ومكـــافئ الجمـــل المُقـــدَّرة *Truth and Equivalence of Quantified statements* 76

1-1-19 امثلة عن الجمـل المُقـدَّرة ولاءات المنطقيـة *Quantifiers and logical operators example* 79

20-1 البرهان : *The proof* 82

1-20-1 الاســـتنتاج المضـــاد للواقـــع او للحقيقـــة Contrapositive Inference 90

2-20-1 البرهان المباشر *direct proof* 91

الفصل الثاني

الاستنتاج (الاستقراء)الرياضي

MATHEMATICAL INDUCTION

2 -1 المقدمة 103

2 -2 الاسـتنتاج (الاسـتقراء) الريـاضي بأسـاسٍ مختلـف Math. Induction with a Different Base 110

2 -3 برهنـــة المتباينـــات بواســـطة الاســـتنتاج الريـــاضي: Proving Inequalities by Induction 114

2 -4 تطبيـق الاسـتنتاج الريـاضي في علـم الحاسـوب Application of Induction in Computer Since 116

الرياضيات المتقطعة فى علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الموضوع	الصفحة

2-4-1 الخوارزميات ذاتية التكرار في الحساب Recursive Algorithms in Computing 116

الفصل الثالث

المجموعات والعلاقات والدوال

Sets, Relations and functions and Notations

3- 1 مقدمة 123

3- 2 وصف المجموعة: *Describing Set* 125

3- 3 تساوي المجموعات *Equality of Sets* 130

3- 4 المجموعات الجزئية *Subsets* 131

3- 5 ايجاد المجموعات الجزئية: *Finding Subsets* 132

3- 6 المجموعة الحقيقية والمتكافئة *Truth set and equivalence* 134

3- 7 عمليات المجموعة *Set Operations* 136

3-7-1 تقاطع واتحاد المجموعات: *Intersections And Unions* 136

3-7-2 مكمّل المجموعة *Complement of a Set* 138

3-7-3 الفرق بين مجموعتين *Difference(or relative complement) of Two Sets* 140

3-7-4 مخطط فين *Venn Diagram* 141

3- 8 العلاقات بين المجموعات: *Relationships Between Sets* 142

3- 9 عمليات المجموعة والادوات المنطقية *Set Operation & logical connectives* 147

3- 10 العلاقة بين المجموعات المختلفة للاعداد *The relationship of the various sets of numbers* 150

3- 11 المتتالية *The Sequence* 151

3-11-1 تغيير المعامل والحدود بالمجموع *Changing The Index And Limits In Sum* 157

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الموضوع	الصفحة

3-11-2 جمع المتتاليات المحدودة: *Summing Finite Sequences* . 160

3-11-3 المتسلسلات الحسابية *Arithmetic series* 161

3- 12 الدوال والرسوم البيانية Functions And Graphs 162

3-12-1 العلاقات والدوال Relations And Functions 162

3-12-2 فكرة العلاقة : The idea of the relation 163

3-12-3 العلاقة المتماثلة Symmetric relation 169

3- 13 الدالة Function 173

3-13-1 رموز الدالة Function Notation 174

3-13-2 خصائص الدالة Function properties 177

3- 14 تركيب وعكس الدوال Composition and inverse of functions 180

3-14-1 الدوال العكسية Inverse Functions 183

3-14-2 الرسم البياني للدالة العكسية The graph of inverse function 185

3- 15 مصفوفات العلاقات Matrices Of Relations 186

المنهل ALMANHAL Powered by KOTOBO

الفصل الرابع

انظمة العـد

Numbering systems

4- 1 تركيب البيانات *The Data Hierarchy* 193

4- 2 التمثيل الداخلي للمعلومات : 195

4- 3 انظمة العد *Numbering Systems* 197

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الموضوع	الصفحة
- النظام العشري : *Decimal System*	
- النظام الثماني :*Octal System*	
- النظام الثنائي : *Binary System*	
- النظام السادس عشري : *Hexadecimal System*	
1-3-4 النظام العشري : *Decimal System*	198
4 -4 ارقام الأساس الاخرى :*Other Number Bases*	200
1-4-4 النظام الثنائي: الاساس 2 (Base 2)	200
5 -4 التحويل من النظام الثنائي إلى العشري	201
6 -4 اضافة الثنائي *Binary Addition*	203
7 -4 تمثيل النظام الثماني *Octal System Representation*	207
8 -4 النظام السادس عشر *Hexadecimal System*	210
1-8-4 الاضافة في النظام السادس عشر *Hexadecimal Addition*	213
9 -4 نظام العد للاساس 4 :*Base 4 System of Numeration*	215

الفصل الخامس

الجبر البولياني

Boolean Algebra

1 -5 مقدمة	219
2 -5 الجبر البولياني للجمل *Boolean Algebra for statements*	222
3 -5 الدوائر الالكترونية لأختبار الجمل *Circuits To Test The Truth Of Statements*	225
4 -5 بناء الدوائر الاكترونية :*Constructing Circuits*	230

الفصل السادس

الخوارزميات

Algorithms

1 -6 المقدمة	237
2 -6 مجموعة الرموز للخوارزميات *Notation for algorithms*	240
3 -6 خوارزمية ايجاد الاكبر لثلاثة اعداد *Algorithm Of Finding The Maximum Of Three Numbers*	241

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الموضوع	الصفحة
6- 4 خوارزمية ايجاد العنصر الاكبر في متتالية محددة باستخدام جملة while ..	245
Algorithms Of Finding The Largest Element In A Finite Sequence using while loop	
6- 5 خوارزمية ايجاد العنصر الاكبر في متتالية محددة باستخدام جملة for	247
Algorithms Of Finding The Largest Element In A Finite Sequence	
6- 6 خوارزمية اختبار العدد الصحيح الموجب فيما لو كان عدداً اولياً ام لا ..	249
Algorithm Of Testing Whether A Positive Integer Is Prime	
6- 7 خوارزمية ايجاد عدد اولي اكبر من عدد صحيح معطى	250
Algorithm Of Finding A Prime Larger Than A Given Integer	
6- 8 الخوارزمية الاقليدية : *The Euclidean Algorithm*	250
6- 9 الخوارزميات التكرارية الذاتية *Recursive Algorithms*	256
6- 10 خوارزمية حساب *n*! : *Algorithm Of Computing n Factorial*	257
6- 11 مقدار الزمن وسعة الخزن للخوارزميات (تعقيد الخوارزمية) *Complexity Of Algorithms*	262

Graphs Theory Concepts

7- 1 المقدمة	271
7- 2 المخططات المتشابهة او المتماثلة Similarity Graphs	274
7- 3 المسارات والدورات الكاملة Path and cycles	277
7- 4 خوارزمية ايجاد المسار الاقصر بين نقطتين v و s A Shortest-Path Algorithm	289
7- 4- 1 وصف الخوارزمية Algorithm Description	289
7- 4- 2 شفرات الخوارزمية الشبيهة بشفرات برنامج الحاسوب – Pseudocodes	289

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الموضوع	الصفحة

5-7 تطبيق خوارزمية ايجاد المسار الاقصر A Shortest Path Algorithm Application 293

1-5-7 خوارزميـــة Dijkstra للمســـار الاقصر Dijkstra's Shortest Path Algorithm 294

6-7 تمثيلات المخططات Representations Of Graphs 300

الفصل الثامن

الشجرة Tree

1-8 المقدمة 311

2-8 انشاء شجرة تشفير هوفمان Huffman tree creation 316

8 -1-2- تشفير هوفمانHuffman coding 316

3-8 الشجرة الفرعية Spanning Tree 324

5-8 المخطط الموزون Weighted Graph 326

6-8 الشجرة ثنائية التفرع Binary Tree 328

7-8 الشجرة ثلاثية التفرع Ternary Tree..... 329

المراجع 333

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

المقدمة

بعد الاتكال على الله وفقنا الى تأليف هذا الكتاب باللغة العربية ليكون منارا مضافاً الى سلسلة الكتب العربية القليلة جداً في هذا المجال. ان الرياضيات المتقطعة مادة مقررة ومادة تخصص في علم الحاسوب , لذا فهي مهمة واساسية في منهاج طلبة علم الحاسوب في الجامعات. وبعد الخبرة التدريسية الكبيرة في قسم الحاسوب , أخذتُ بنظر الاعتبار عرض مواضيع هذا الكتاب بشيء من التفصيل والوضوح مدعوماً بامثلة توضيحية عديدة وباسلوب علمي متسلسل ومفهوم. بالاضافة الى ذلك وضعتُ معنى المصطلح بما يقابله باللغة الانكليزية للمحافظة على معناه. واشتمل الكتاب ايضا على قائمة بالرموز المستخدمة في جميع فصول هذا الكتاب .

وتاتي اهمية تاليف هذا الكتاب من ان الرياضيات المتقطعة تدخل بشكل كبير في علم الحاسوب , فهي تدخل في تحديد القيمة الحقيقية للعبارات والجمل في علم الحاسوب سواء كانت شرطية ام غيرها وتدخل في علم منطق الحاسوب وتنظيمه(المنطق وتصميم الدوائر الالكترونية الرقمية, والتكافؤ المنطقي), وفي البرهان والاستقراء الرياضي ونظرية المخططات وشجرة المعلومات والمجموعات وعملياتها, طرق العد الاساسية, انظمة العد والجبر البولياني , الخوارزميات والعلاقات والدوال, وتمثيل البيانات, الكميات المحددة وغير المحددة , المعادلات التكرارية والمعادلات الذاتية العكسية وغيرها .وبذلك فأنَّ الرياضيات المتقطعة تزود المؤسسات المتخصصة بالرياضات (*Mathematical Foundations*) بعدة مسا قات لعلم الحاسوب, اهمها تشمل تراكيب البيانات (*Data Structure*) والخوارزميات (*Algorithms*) ومترجمات الحاسوب (*Compilers*) وانظمة التشغيل (*Operating Systems*) .

اشتمل الكتاب على 8 فصول مع مقدمة وامثلة والاشكال التوضيحية , حيث اشتمل الكتاب على اكثر من 200 مثالاً توضيحياً و 30 جدولاً و 60 شكلاً توضيحياً.

المنهل
ALMANHAL

تناول الفصل الاول الجمل الرمزية والبسيطة والمركبة , العبارات الشرطية والتكافؤ المنطقي بانواعها وقيمها, والمنطق وقوانينه, وانواع البرهان وغيرها .

وتناول الفصل الثاني الاستقراء الرياضي او الاستنتاج الرياضي كواحد من الطرق العامة في البرهان .

وتناول الفصل الثالث بالتفصيل المجموعات ورموزها وعملياتها , والدوال والعلاقات المختلفة .

وتناول الفصل الرابع انظمة العد وعلاقاتها مع بعضها .

وتناول الفصل الخامس الجبر البولياني والدوائر الالكترونية لأختبار الجمل و بناء الدوائر الاكترونية المنطقية.

الرياضيات المتقطعة فى علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

اما الفصل السادس فتناول الخوارزميات .

وتناول الفصل السابع نظرية المخططات .

واخيراً الفصل الثامن تناول شجرة المعلومات .

وقد تم الاعتماد على احدث المصادر في تأليف هذا الكتاب وخاصة المصدر الاول (انظر المصادر في نهاية الكتاب)

واخيراً اقدم كتابي هذا للقارئ العربي وللمكتبة العربية خدمة للانسان العربي وبملاحظاتكم عن مواضيع هذا الكتاب سيكون الكتاب القادم باذن الله في طبعة اكثر فائدة

والله ولي التوفيق لنا ولكم

المؤلفان

هجري :ربيع الثاني 1428 هـ

ميلادي حزيران 2007

عمّان -الاردن

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

قائمة الرموز المستخدمة

LIST OF SYMBOLS

علم منطق الحاسوب COMPUTER LOGIC

رموز المجموعة SET NOTATIONS

العلاقات الرياضية RELATIONS

الدوال FUNCTIONS

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الفصل الاول

الرياضيات المتقطعة لعلم الحاسوب

DISCRETE MATHEMATICS FOR COMPUTER SCIEINCE

1- 1 المقدمة :

اكتسبت الرياضيات المتقطعة شعبية واسعة خلال العقود الأخيرة بسبب تطبيقاتها الواسعة في علوم الحاسوب, **حيث تشتمل الرياضيات المتقطعة لعلم الحاسوب دراسة الفروع التالية:**

1- طرق الرياضيات المتقطعة للتطبيقات في علم الحاسوب (*Discrete Mathematical Methods for Applications in Computer Science*)

2- الإستنتاج او الاستقراء الرياضي (*Mathematical Induction*) وهو مايستخدم من خلال الرياضيات (*Mathematics*) وعلم الحاسوب (*Computer Science*)على السواء , خاصة ان الإستنتاج الرياضي مفيد في الرياضيات المتقطعة والذي يعتبر واحدا من بعض الطرق العامة في البرهان (***Proof***) وكما سنرى ذلك في الفصل الثاني.

3- نظرية المخططات *Graphs theory*

4- شجرة المعلومات (*Trees*)

5- المجموعات(*Sets*)

6- العلاقات المتكافئة (*Equivalence Relations*)

7- الدوال (*Functions*)

8- المجموعات المرتبة الجزئية (*Partially Ordered* Sets)

9- المرتبة الاعلىBig-O

10- Big-Omega

11- المعادلات التكرارية والمعادلات العكسية (*Recursion and Recurrence Equations*)

12- الكميات المحددة وغير المحددة(*Finite and Infinite sums*)

13- طرق العد الاساسية (*Basic Counting Methods*)

14- الاحتمالية وسلسلات ماركوف (*Probability and Markov Chains*)

الرياضيات المتقطعة فى علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

15- الجبر الخطي وتطبيقاته في علم الحاسوب (*Linear Algebra and its Application in Computer Science*)

2-1 علم منطق الحاسوب وتنظيمه

COMPUTER LOGIC AND ORGANIZATION

يشتمل علم منطق الحاسوب وتنظيمه على المفاهيم التالية :

1- أنظمة الرقم الثنائي (*Binary Number Systems*)

2- تمثيل البيانات (*Information Representation*)

3- الجبر البولياني (*Boolean Algebra*)

4- تصميم الدوائر الرقمية والصمامات (*Gates and Digital Circuit Design*)

5- تصميم حاسوب مبسط (*Designing a Simple Computer*)

6- محاكاة البرمجيات (*Software Simulation*)

المنهل
ALMANHAL

ان الرياضيات المتقطعة تزود المؤسسة المعنية بالرياضيات (*Mathematical Foundations*) بعدة مساقات لعلم الحاسوب تشمل تراكيب البيانات (*Data Structures*) والخوارزميات (*Algorithms*) ومترجمات الحاسوب (*Compilers*) ونظرية الاتمتة (*Automata Theory*), واللغات التي تستخدم لنمذجة اللغات الطبيعية ولاتصال الحواسيب بعضها بالبعض الاخر (*Formal Languages*) وانظمة التشغيل (communicate) *Operating Systems*).

اما علم الرياضيات الاعتيادي (*Mathematics*) فانه عرف للتعامل مع مجموعة القيم المعدودة او المحدودة وليست القيم المستمرة (*not Continuous*).

3-1 فكرة الجملة في علم الحاسوب The Idea of the Statement

قبل ان نبين فكرة الجملة (*Statement*) في علم الحاسوب لابد من ذكر تعاريف بعض المصطلحات المهمة في الرياضات المتقطعة وهي:

1- الرياضات المتقطعة (*Discrete Mathematic*) هي الرياضات التي نستخدمها لتحليل العمليات المتقطعة (*Discrete Processes*).

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

2- العملية المتقطعة (*Discrete Process*): هي العملية التي يتم تنفيذها خطوة بخطوة (*step-by-step*) ومثال عليها حاصل ضرب رقم مؤلف من ثلاثة ارقام برقم اخر مؤلف من رقمين مثلا , فاننا نبدأ بضرب الأحاد من الرقم الثاني في الأحاد من الرقم الاول ثم العشرات ,ثم المئات من الرقم الاول ثم نعود في الخطوة الثانية لضرب رقم العشرات من الرقم الثاني بكل ارقام العدد الاول بنفس الاسلوب السابق مع ترتيب النتيجة تحت مرتبة المئات من الرقم الاول لنبدأ الخطوة الثالثة وهي جمع النتائج بالطريقة الاعتيادية لعمليات جمع الارقام. ومثال اخر عن العملية المتقطعة هو طريقة حل المعادلات الرياضية (*Solving an Equations*) .

3- الرياضيات غير المتقطعة (*Continuous Discrete*) : تصور كرة متحركة في الهواء فان الرياضيات التي تستخدم لتحليل عملية حركة هذه الكرة من ناحية حساب سرعتها , ارتفاعها , الزمن الذي تستغرقه في الحركة لغاية سقوطها .....الخ, تسمى رياضيات غير متقطعة ومثال عليها الـ(*The Calculus*).

4- الخوارزميات (*Algorithms*) : هي سلسلة من الاوامر (*Instructions*) التي تنفذ خطوة بخطوة لتنفيذ عملية ما (*Process*). ولها الخصائص التالية:

1- الدقة ***precision*** : ان خطوات الخوارزمية توضع او ينصُّ عنها بدقة لكي يمكن كتابة الخوارزمية في لغات البرمجة وتنفيذها بواسطة الحاسوب.

2- خاصية الحصول على نتيجة واحدة بكل خطوة بعد تنفيذها u***niqueness***:حيث النتائج الوسطية (*intermediate results*) لكل خطوة بعد تنفيذها تعرَّف بنتيجة وحيدة, اي كل خطوة وسطية للخوارزمية تنتج نتيجة واحدة فقط وتعتمد تلك النتيجة على المدخلات وعلى نتائج الخطوات التي تسبقها فقط .

3- خاصية المحدود ***finiteness*** : وهي ان الخوارزمية تتوقف بعد عدة اوامر محددة قد تم تنفيذها.

4- المدخلات ***inputs*** : الخوارزمية تستلم مدخلات اي ندخل لها قيم .

5- المخرجات ***outputs*** :الخوارزمية تنتج مخرجات اي نحصل على النتيجة المطلوبة من الخوارزمية.

6- العمومية ***generality*** : الخوارزمية تطبَّق الى مجموعة من المدخلات ولم تخص بيانات دون اخرى.

5- علم الحاسوب (***Computer Science***) : ان علم الحاسوب هو علم معالجة المعلومات او العلم الذي يعنى بتمثيل ومعالجة البيانات.

"Computer science is the discipline concerned with representation and processing of information."

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

وهو ايضاً دراسة الحواسيب ودراسة كيف يمكن كتابة برامج الحاسوب , و هو الدراسة المتعلقة بالاستخدامات والتطبيقات للحاسوب وبرمجياته , حيث ان الحاسوب هو المسؤول عن بناء وتصميم البرمجيات لذا فانه يمكن القول بان علم الحاسوب يختص بدراسة الخوارزميات (خواصها التركيبية , المكونات المادية اللازمة لتنفيذها المتعلقة بتصميم الحاسوب ولغاته واخيرا تطبيقات الخوارزميات وتشمل تصميم الشبكة العنكبوتية , نماذج التصاميم وعلم المعلومات (*network design, ocean modeling, bioinformatics*).

4-1 العبارة اللغوية The Sentence

تُقسَّم العبارة اللغوية الى الاقسام التالية :

1- جملة لغوية معلنة (*Declarative Sentence*) وهي ثلاثة انواع , اما عبارة صحيحة *True* او عبارة خاطئة *False* او عبارة مبهمة (*Ambiguous*) .

2- اسئلة (*Questions*)

3- جملة نداء او تعجب (*Exclamations*)

5-1 الجملة Statement

ان العبارة (*proposition*) التي تكون صحيحة (*statement*) عندما تصبح اما صحيحة او خاطئة, حيث هذا مفهوم الجملة في علم الحاسوب .وبشكل عام فان الـ [*statement*) هي جملة معلنة (*Declarative Sentence*) , وعندما تكون كذلك , فانه يمكن تصنيفها الى جملة صحيحة *True* او جملة خاطئة *False* او مبهمة (*Ambiguous*) .لكن ليس الى صحيحة او خاطئة في نفس الوقت او الى جميعها (صحيحة , خاطئة , مبهمة) في نفس الوقت . هذه الصفة في تصنيف الـ (*Statements*) جعلها تختلف عما هو للاسئلة والتي يمكن ان تسأل او للاوامرالتي يمكن اعطائها اوللنداء بشكل مناداة, لكن الجملة في علم الحاسوب يمكن تصنيفها فقط الى صحيحة او خاطئة لاغير.

أمثلة على الجمل Statements

مثال 1-1

1- بغداد عاصمة العراق.

2- 2 هو رقم زوجي واقل من 20 .

3- إذا كان 2 هو عدد زوجي فان (2+2) هو ايضا عدد زوجي .

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

4- العدد خمسة مضاف اليه العدد سبعة هو العدد اثنى عشر.

وهذه كلها جمل لغوية أما الجمل الرياضية او الحسابية فهي مانستخدمه في البرمجة مثل : "اذا كانت x اكبر من 3 , فان y تساوي 3 ", اي:

$$\text{"If } x > 3 \text{ then } y = 3\text{"}$$

بمعنى انه اذا تحققت الجملة" $x > 3$ " اي أصبحت *True* فان الجملة الثانية $y = 3$ " " تتحقق وعكس ذلك لن تتحقق الجملة الثانية . وهذا يعني ان قيمة x يجب ان تكون معرفة في البرنامج قبل موضع الجملة الشرطية اعلاه فيه , والاّ لن يتم فحص الشرط.

مثال 1-2 : اي من العبارات (*propositions*) التالية صحيحة او خاطئة وليس كلاهما:

1- الأعداد الصحيحة الموجبة فقط والتي تقسم الرقم 7 هي **واحد** والرقم 7 نفسه . وهذه تمثل جملة صحيحة وبناءا على ذلك يدعى الرقم الصحيح n رقما أولياً اذا كان $n > 1$ وتكون الاعداد الموجبة الصحيحة فقط والتي تقسم n هي **1** و n نفسه . وهنا نستطيع ان نقول الجملة السابقة بطريقة اخرى وهي ان الرقم 7 هو عدد اولي.

2- لكل عدد صحيح موجب n , يوجد عدد أولي أكبر من n . وهذه جملة صحيحة ويمكن ان نقولها بشكل اخر : هناك عدد غير محدد من الاعداد الاولية .

3- إن الارض هي الكوكب الوحيد في الكون [illegible] . وهي إما جملة صحيحة او إنها جملة خاطئة حيث لحد الان لم يعرف أحداً الاجابة على هذه الجملة

المنهل
ALMANHAL

6-1 الجمل الرمزية والبسيطة والمركبة

Symbolic , Simple and Compound Statements

لتمثيل الجُمل الرمزية فاننا نستخدم حروف اللغة الانكليزية الصغيرة (*Small Letters*) وعادة ماتكون ($p, q, r, or\ s$) , ونستخدم حروف انكليزية مختلفة عادة ماتكون ($w, x, y, or\ z$) لتقوم مقام المتغيرات (*Variables*) التي حولها بنيت الجملة المعنية, فمثلا لو اردنا ان نقول ان الجملة التالية تقوم حول المتغير x فاننا نستخدم $p(x)$ وليس p فقط للدلالة على المتغير x , وفي هذه الحالة فاننا نقرأ $p(x)$ كمايلي : $(p\ of\ x)$ أو $(p\ about\ x)$. وهنا لو قلنا ان الرمز p تقوم مقام الجملة $(x < 10)$ او ان $p(x)$ تمثل الجملة $(x < 10)$ فان p و $p(x)$ هما الجمل الرمزية لاحتوائهما على رموز وان x هي المتغير (*Variable*) .

كما انه احيانا يتم تمثيل الجمل الرمزية بمايلي : مثلا ($p : 1 + 1 = 3$) تعني ان p رمز لتعريف الجملة: $(1 + 1 = 3)$, وهي جملة خاطئة طبعاً. ويمكن ان نسمي الجمل

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

الرمزية صيغ منطقية (*Logical Formula*) ونشير الى $(\neg p)$ و p بالجمل الرمزية لاحتوائها على رموز تقوم مقام الجمل المسماة الجمل الرمزية .

اما الجمل البسيطة (*Simple Statements*) فهي تتكون من رمز واحد , وهي اما ان تكون صحيحة *True* او تكون خاطئة (*False*) وهي تدل على مفهوم واحد . لكن الجمل المركبة (*Compopound Statements*) فهي تتركب من اكثر من جملة بسيطة , مثلا (p, q), ويكون جدول القيم الحقيقية (*Truth Table*) لها معتمدة على قيم الجملة p والجملة q وعلى الاداوات المنطقية (*Connective Symbols*) التي تربط بينهما , وهذه الادوات المنطقية هي:

1- الاداة $\wedge$ وتعني *AND Logic*

2- الاداة $\vee$ وتعني *Inclusive OR Logic*

3- الاداة $\oplus$ وتعني *Exclusive OR Logic* وهي اما هذه الجملة او تلك لكن ليس كلاهما *either or not both*.

4- الاداة $\neg$ وتعني **not** وهي تعني نفي الجملة التي تسبقها.

ان الادوات المذكورة اعلاه تستخدم لبناء الجمل المركبة من اكثر من جملة بسيطة , مثلا الجملتين البسيطتين التاليتين " السماء تمطر , " انا استخدم مظلة المطر " يمكن ربطهما بجملة واحدة هي " السماء تمطر **و** انا استخدم مظلة المطر" وتسمى الجمل الرمزية التي تحوي ادوات الربط المنطقية (*Connective Symbols*) بالجمل المركبة الرمزية كما في الجملة التالية :

$p \wedge (q \oplus r)$

المنهل
ALMANHAL

اما اذا اردنا ان نعبر عن الجملة $p \wedge (q \oplus r)$ برمز واحد فاننا نكتب : "$let \quad s = p \wedge (q \oplus r)$ " حيث ان الرمز **s** يقوم مقام تلك الجملة .

وبناءاً على ماذكرناه فان اقتران (*Conjunction*) الجملة p والجملة q نمثله بالجملة المركبة $(p \wedge q)$

وعدم اقترانهما (*Discon junction*) نعبر عنه بالجملة المركبة $(p \vee q)$.

مثال 1-3

لو كانت لدينا الجُمل التالية :

p:1+1=3 , q :A week is 7 days

فان العبارة $(p \wedge q)$ هي :

$$(p \wedge q) : 1+1=3 \text{ and a week is 7 days}$$

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

والعبارة $(p \vee q)$ هي :

$(p \vee q)$: 1+1 = 3 OR a week is 7 days ▲

ونود ان نُبيّن هنا ان نفي الـ AND كما في $\neg(p \wedge q)$ فانه يعني $(\neg p \vee \neg q)$, وان نفي الـ OR كما في $\neg(p \vee q)$ فانه يعني $(\neg p \wedge \neg q)$, وهذه الحقائق تشكل قوانين دي موركان كما سنأتي عليها لاحقاً.

ولوصف القيم الحقيقية للعبارة $(p \wedge q)$ والعبارة $(p \vee q)$ فاننا نستخدم جدول القيم الحقيقية (*Truth Table*), حيث ان قيم جدول القيم الحقيقية للجملة p يمثل قيم الجمل الانفرادية $p_1, p_2 \ldots\ldots p_n$ لها وهذه القيم تشمل كل الاحتمالات الممكنة لربط القيم الحقيقية للجمل $p_1, p_2 \ldots\ldots p_n$ في الجدول . ويستخدم الحرف T او الرقم واحد (1) في الجدول للدلالة على الجملة الصحيحة True , ويستخدم الحرف F او الصفر (0) للدلالة على الجملة الخاطئة False كما في الجدول (1-1) التالي:

p	q	p	$\wedge$	q
1	1		1	
1	0		0	
0	1		0	
0	0		0	

p	q	p	$\wedge$	q
T	T		T	
T	F		F	
F	T		F	
F	F		F	

p	q	p	$\vee$	q
1	1		1	
1	0		1	
0	1		1	
0	0		0	

(p or q)

p	q	p	$\oplus$	q
1	1		0	
1	0		1	
0	1		1	
0	0		0	

$(p \quad exor \quad q)$

جدول (1-1)

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

وهنا الكلمة **AND** تم تمثيلها بالاداة $\wedge$ والكلمة **OR** تم تمثيلها بـ $\vee$, والعبارة $(p \quad and \quad q)$ تُكتب بـ $(p \wedge q)$ والعبارة $(p \text{ or } q)$ تكتب بـ $(p \vee q)$, أو $(\oplus \quad either \quad or \quad not \quad both)$ $(p \oplus q)$.

ويُلاحظ ايضا من الجداول اعلاه ان قيم العبارة $(p \wedge q)$ تكون True فقط عندما تكون كل من p و q صحيحة وعكس ذلك تكون False . اما بالنسبة للعبارة $(p \vee q)$ فانها اعتبرت صحيحة اذا كان كل من p او q او كلاهما True وان $(p \vee q)$ هي خاطئة فقط عندما كل من p و q كان خاطئا, لكن العبارة $(p \quad exor \quad q)$ فانها تكون صحيحة (T) اذا كان كل من p او q صحيحا لكن ليست عندما كلاهما صحيح.

اما الجملة $not"x < 2"$ فهي تفسر (x ليست اقل من 2)وهنا سنستخدم الاداة $\neg$ لتقوم مقام *not* . ولو كانت p تقوم مقام (x ليست اقل من 2) فان $\neg p$ تقوم مقام الجملة (ليست الحالة ان $"x < 2"$ او (x ليست اقل من 2).

مثال 1-4

اذا كانت $(p(x) : x > 0)$ هي جملة بسيطة , و $(q(x) : x < 10)$ هي جملة بسيطة اخرى فان الجملة $(x > 0 \quad and \quad x < 10)$ هي جملة مركبة , حيث اننا لانستخدم التعبير الرياضي الجبري $(0 < x > 10)$ في برمجيات الحاسوب لانها تكافئ $(x > 0 \quad and \quad x < 10)$ اي $(p \wedge q)$ لان هذا النوع من الجمل فقط يستطيع الحاسوب ان يحدد فيما لو كانت جملة صحيحة او جملة خاطئة .

▲

وهناك حالات اخرى تربط بين الجُمل p او q هي ان p تدل ضمنيا على q اي (p *implies* q) ويرمز لها بـ $(p \Rightarrow q)$ وتكون هذه العبارة خاطئة عندما الجملة p صحيحة (*True*) والجملة q خاطئة , ونفس الشئ ينطبق على جميع العبارات التالية لانها متكافئة (*Equivalent Statements*) :

(***if p then q***), (***p only if q***), (***q if p***)

انظر القيم الحقيقية (*truth tables*) في الجدول (1-2) التالي:

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

p	q	$\Rightarrow$	q
T	T	T	
T	F	F	
F	T	T	
F	F	T	

(p implies q)

p	q	p	$\rightarrow$	q
T	T		T	
T	F		F	
F	T		T	
F	F		T	

If p then q

جدول (1-2)

اما اذا كان الرمز $\leftrightarrow$ الذي يعني " اذا وفقط اذا " ***if and only if*** " (يعني وجود شرطين) يربط بين جملتين فان قيمتة ستكون صحيحة *True* فقط عندما ***p*** **و** ***q*** اما كلاهما *True* او كلاهما *False* كما في الجدول (1-3) ادناه:

p	q	p	$\leftrightarrow$	q
1	1		1	
1	0		0	
0	1		0	
0	0		1	

if and only if

جدول (1-3)

اخيراً بقي لدينا نفي الجملة ***p*** وهو ***not p*** ويرمز لذلك بـ $\bar{p}$ او $(\neg p)$ وجدول القيم *"Truth table"* لها جدول (1-4) كمايلي:

p	p $\neg$
1	0
0	1

جدول (1-4)

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

فمثلا لو كانت $p : x \geq 1$ فان $\bar{p}$ او $(\neg p)$ هي $x < 1$.

ونلاحظ من الجداول التي اشرنا اليها سابقاً ان عدد القيم فيه تساوي احتماليات الجمل المكونّة له اي عندما تكون لدينا جملتين في الجدول كما هو الحال في $(p \wedge q)$ و في $(p \vee q)$ فان القيم تكون اربعة فقط $(probability = 2^2)$ لان كل جملة لها قيمتان *True* وقيمتان *False* يقابلها نفس العدد من القيم للجملة الثانية وبالتالي تكون نتيجة الجمل المركبة $(p \wedge q)$ و $(p \vee q)$ اربعة قيم ايضا . وعندما تكون لدينا جملة واحدة كما في $(\neg p)$ فانه لدينا قيمتان فقط اما *True* او *False* لاغيرذلك . لاحظ الجداول المذكورة اعلاه.وسنرى عندما يحوي الجدول ثلاثة جمل فان عدد القيم فيه سيكون ثمانية لكل جملة على انفراد ولحاصل نوع الربط بينهما كما هو في الجدول (1-5) اناه .

p	*q*	*r*
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

جدول (1-5)

المنهل
ALMANHAL

7-1 تحديد جداول القيم لجمل رمزية اخرى More about Determining the truth of symbolic statements

عرفنا ان جداول القيم الحقيقية (*Truth Tables*) هي الجداول التي تبين لنا كيف نحدد صواب وخطأ العبارات المركبة باستخدام اداة ربط واحدة مستعينين بقيم الصواب والخطأ للعبارات الممثلة رمزياً في الجدول . وتكون هذه الجداول مكونة من عدة صفوف rows , يمثل الصف الاول وهو الصف رقم صفر (*zero row*) رموز العبارات التي تكوّن الجدول , اما الصفوف الاخرى فتمثل القيم الصحيحة والخاطئة للعبارات الرمزية وتكون مرتبة ترتيباً ابجدياً عكسياً (*Reverse alphabetical order*) اي نمثل العبارات اولا بالقيمة **T** ومن ثم بالقيمة **F** وسميت ترتيب عكسي لان **T** قبل **F** بالترتيب الابجدي .انظر الجدول (1-6) ادناه:

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

p	q	$p \oplus q$	*top row is zero row*
1	1	0	1st
1	0	1	2nd
0	1	1	3rd
0	0	0	4th

جدول (1-6)

ومن الجدول (1-6) إذا كانت p و q كلاهما F أو T فان جملة $p \oplus q$ هو F أو نعبّر عنها بـ (0).

من السهل سابقا تحديد صواب الجملة أو خطاها , نعني p , q , $p \wedge q$ و $p \vee q$. لكـن في الجمـل المركبـة الأخـرى مثل $\neg p \vee q$, $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ فمن الصعب تحديد ذلك من خطوة واحدة و لذلك نسـتخدم الطريقـة التالية وبثلاثة خطوات , تبدأ الخطوة الاولى من اليسار الاعلى انظر الجدول (1-7):-

p	q	$\neg$	p	$\vee$	q
T	T		T		T
T	F		T		F
F	T		F		T
F	F		F		F
			1		1

p	q	$\neg$	p	$\vee$	q
T	T	F	T		T
T	F	F	T		F
F	T	T	F		T
F	F	T	F		F
		2	1		1

p	q	$\neg$	p	$\vee$	q
T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	T	F
		2	1	3	1

جدول (1-7)

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121

مثال1-5

بين ان العبارة ($p \oplus q$) والعبارة $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$ بالامكان ان تبدل (*replaced*) احداهما الاخرى .

قبل البدء بحل هذا المثال لابد من توضيح مايلي:

أولاً- ان لغة الحاسوب لاتستطيع تمييز الاداة المنطقية $\oplus$. لذا من المفيد التعبير عنها وعن العبارات ($p \leftrightarrow q$ و $p \rightarrow q$) مثلا بدلالة ادوات الربط المنطقية $\neg$ *and* $\vee$, $\wedge$, .

ثانياً- لماذا جداول القيم (*Truth Tables*). والجواب هو بسبب بعض الغايات العامة للغات الحاسوب وبسبب بعض لغات استعلام قواعد البيانات لاتسمح لنا بالاختبار المباشر للقيم الحقيقية للعبارة $p \oplus q$. لذا اذا اردنا ان نختبر قيم العبارة $p \oplus q$ فانه يجب ترجمة العبارة:

" *p or q , but not both* " والتي هي $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

الى صيغ من $\neg$ *and* $\vee$, $\wedge$, (*and , or , and not*) . والفكرة المألوفة هي ابدال الكلمة but بالاداة AND . ان هذا يعطينا العبارة " p *and not both* q *or* p " . وبدلالة الرموز هذا يعطينا العبارة التالية : $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

	q	p	$\vee$	q	$\wedge$	$\neg$	p	$\wedge$	q)
T	T	T	T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T	T	T	F	F
F	T	F	T	T	T	T	F	F	T
F	F	F	F	F	F	T	F	F	F

p	q	$p \oplus q$
F	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

جدول (1-8)

الرياضيات المتقطعة في علم الحاسوب
المفرجي ، ناصر حسين سلمان | الجبوري ، محمد هادي
Al Manhal Platform Collections (https://platform.almanhal.com) - 03/12/2024 User: @ Al Aqsa University
Copyright © Dar Wael for Publishing and Distribution. All right reserved.
May not be reproduced in any form without permission from the publisher, except fair uses permitted under applicable copyright law.
https://platform.almanhal.com/Details/Book/121