مقاييس النزعة المركزية

أولاً : الوسط الحسابي The Arithmetic Mean

ويرمز له بالرمز $\overline{x}$ فاذا كان لدينا n من القيم $x_1, x_2, \dots x_n$ فان الوسط الحسابي هو :

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

هذا بالنسبة للبيانات الغير مبوبة أما بالنسبة للبيانات المبوبة فان الوسط الحسابي هو :

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

والآن نجد الوسط الحسابي للمثال السابق

مراكز الفئات	التكرارات	$f_i x_i$
14.5	4	58
24.5	5	122.5
34.5	7	241.5
44.5	9	400.5
54.5	8	436
64.5	9	580.5
74.5	4	298
84.5	2	169
94.5	2	189
المجموع	$\sum f_i = 50$	$\sum f_i x_i = 2495$

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2495}{50} = 49.9$$

ثانياً : الوسيط The Median

ويرمز له بالرمز $\overline{\text{Me}}$ فاذا كان لدينا n من القيم $x_1, x_2, \dots x_n$ ورتبت ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً فان الوسيط هو

١- اذا كان n عدداً فردياً فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$

أي $\overline{Me} = x_{(n+1)/2}$

٢- اذا كان n عدداً زوجياً فان الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{2}+1$

أي $\overline{Me} = \frac{x_{n/2} + x_{(n/2)+1}}{2}$

مثال (٢) : جد الوسيط للاعداد التالية 84 , 87 , 76 , 82 ,80

الحل : نرتب الاعداد تصاعدياً 87 , 84 , 82 , 80 , 76

ترتيب الوسيط هو $(5+1) \div 2 = 3$

$$\therefore \ \overline{Me} = x_3 = 82$$

مثال (٣) جد الوسيط للقيم التالية 5 , 4 , 8 , 7 , 3 , 12 , 9 , 2

الحل : نرتب القيم تصاعدياً 12 , 9 , 8 , 7 , 5 , 4 , 3 , 2

بما ان عدد القيم زوجياً ($n = 8$) لذا فان الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما 4 و 5 .

$$\overline{Me} = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{5 + 7}{2} = 6$$

هذا بالنسبة للبيانات الغير مبوبة أما بالنسبة للبيانات المبوبة فان الوسيط :

$$\overline{Me} = L_1 + \left[\frac{\frac{(\sum f_i)}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right] \times w$$

حيث L_1 هو الحد الادنى لفئة الوسيط ، f_i هو تكرار فئة الوسيط

F_{i-1} هو التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل فئة الوسيط ، w هو طول الفئة

فئة الوسيط هي الفئة ذات أول تكرار متجمع صاعد اكبر من نصف مجموع التكرارات

مثال (٤) : أوجد الوسيط من جدول التوزيع التكراري

الفئات	60-62	63-65	66-68	69-71	72-74
التكرارات	5	18	42	27	8

الحل : لا يجاد الوسيط يجب ان نجد التكرار المتجمع الصاعد وعليه نكمل الجدول

الفئات	التكرارات f_i	التكرار المتجمع الصاعد F_i	
60-62	5	5	
63-65	18	23	
66-68	42	65	فئة الوسيط ←
69-71	27	92	
72-74	8	100	
المجموع	$\sum f_i = 100$		

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

فئة الوسيط هي الفئة ذات أول تكرار متجمع صاعد اكبر من 50

وعليه فان فئة الوسيط هي الفئة الثالثة 66-68

طول الفئة = الحد الادنى للفئة الثانية – الحد الادنى للفئة الاولى +١

$$w = 63 - 60 + 1 = 4$$

$$L_1 = 66 \quad , \quad F_2 = 23 \ , \ f_3 = 42$$

$$\overline{Me} = L_1 + \left[\frac{\frac{(\sum f_i)}{2} - F_2}{f_3}\right] \times w$$

$$\overline{Me} = 66 + \left[\frac{50 - 23}{42}\right] \times 4 = 68.57$$

ثالثاً : المنوال The Mode

ويرمز له بالرمز $\overline{Mo}$ فاذا كان لدينا n من القيم $x_1, x_2, \dots x_n$ فان المنوال لهذه القيم هي القيمة الاكثر تكرار

مثال (٥) : جد المنوال للقيم a) 3 , 5 , 7, 2 , 5 , 8 , 4 , 5 , 3 , 9

b) 23 , 32 , 25 , 37 , 44 ,18 , 27

الحل : (a) $\overline{Mo} = 5$

(b) لا يوجد منوال لهذه القيم .

هذا بالنسبة للبيانات الغير مبوبة أما بالنسبة للبيانات المبوبة فان المنوال

$$\boxed{\overline{Mo} = L_1 + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right] \times w}$$

حيث L_1 هو الحد الادنى لفئة المنوال ، فئة المنوال هي الفئة الاكثر تكرار .

d_1 هوالفرق بين تكرار فئة المنوال و الفئة السابقة لها .

d_2 هوالفرق بين تكرار فئة المنوال و الفئة اللاحقة لها .

مثال (٦) : أوجد المنوال من جدول التوزيع التكراري في المثال (٤)

الحل : فئة المنوال هي الفئة التي تكرارها 42

$$w = 63 - 60 + 1 = 4 \quad , \quad d_1 = 42 - 18 = 24$$

$$d_2 = 42 - 27 = 15 \quad , \quad L_1 = 66$$

$$\overline{Mo} = L_1 + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right] \times w = 66 + \left[\frac{24}{24 + 15}\right] \times 4 = 68.46$$

اهم خواص مقاييس النزعة المركزية :

١. اذا كان $y_i = kx_i + c$ حيث كل من c و k ثابت فانّ

$$\overline{y} = k\,\overline{x} + c \quad , \quad \overline{Me_y} = k\,\overline{Me_x} + c \quad , \quad \overline{Mo_y} = k\,\overline{Mo_x} + c$$

٢. اذا كان كل من x و y متغيرين مستقلين وكان $z_i = x_i + y_i$ فان

$$\overline{z} = \overline{x} + \overline{y} \quad , \quad \overline{Me_z} = \overline{Me_x} + \overline{Me_y} \quad , \quad \overline{Mo_z} = \overline{Mo_x} + \overline{Mo_y}$$

تمارين

١ . من أحد مزارع القطن تم اخذ عينة مكونة من 9 نباتات ، البيانات التالية تمثل عدد الجوز في كل نبات

18 , 23 , 21 , 30 , 27 , 31 , 28 , 19 , 27 احسب كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

٢.البيانات التالية تمثل متوسط لمحصول الدونم من الذرة الصفراء لعينة مكونة من 40 مزرعة في العراق

650	920	1023	588	500	1230	890	796	420	358
980	800	750	840	1270	680	720	1261	690	320
660	390	480	395	760	495	630	1056	490	820
350	895	713	1050	368	930	860	620	560	793

المطلوب : (١) تكوين جدول توزيع تكراري مبتدأ بالفئة الاولى (300-499)

(٢) رسم المدرج التكراري . (٣) رسم المضلع التكراري .

(٤) احسب كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

٣. من جدول التوزيع التكراري لمعدلات 140 طالباً في مادتي الرياضيات والكيمياء

الفئات	14-19	20-25	26-31	32-37	38-43	44-49
تكرار درجة الرياضيات	19	27	29	40	13	12
تكرار درجة الكيمياء	11	25	40	25	20	19

المطلوب : (١) مقارنة الوسط الحسابي لكلا المادتين .

(٢) احسب الوسيط لمادة الرياضيات .

٤. ارسم الجدول التالي في دفترك واملأ الخلايا الفارغة بما يناسبها من قيم :

المتغير	الوسط الحسابي	المنوال	الوسيط
x	10	9	
$y = 2x + 3$			22
$z = x + y$			